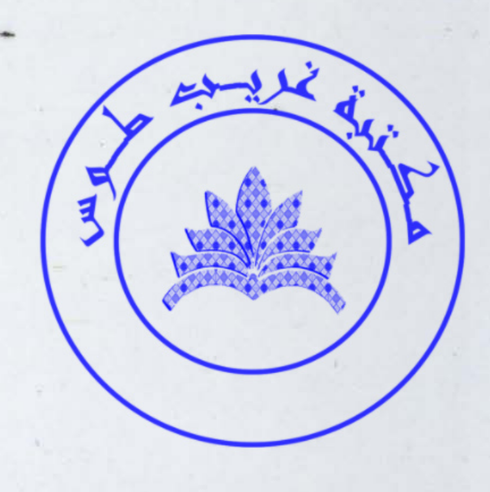
كراســــــات الثـقـافة العلميــة

سلسلة غير دورية تعنى بتيسير المعارف والمفاهيم العلمية

من يخاف الرياضيات

دكتور / وليم عبيد









من يخاف الرياضيات

الدكتور/ وليم عبيد

أستاذ تعليم الرياضيات

كلية التربية – جامعة عين شمس

عضو المجلس القومى للتعليم والبحث العلمى

رئيس شرف

الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات



الناشر

المكتبة الاكاديمية

شركة مساهمة مصرية

٢٠١١



الطبعة الأولى ٢٠١٠-١٤٣١هـ

المكتبة الاكاديمية

شركة مساهمة مصرية

رأس المال المصدر والمدفوع ٩,٩٧٣,٨٠٠ جنيه مصرى

١٢١ شارع التحرير - الدقى - الجيزة

القاهرة - جمهورية مصر العربية

تليفون: ٧٤٨٥٢٨٢ - ٣٣٦٨٢٨٨ (٢٠٢)

فاكس: ٧٤٩١٨٩٠ (٢٠٢)

كراسات الثقافة العلمية

هذه السلسلة :

تمثل تلبية صادقة للمساهمة فى الجهود التى تعنى بتيسير المعارف والمفاهيم العلمية لقراء العربية. إن هذا المجال المهم، الذى نأمل أن يساعد فى إدماج ثقافة العلم ومنهجه فى نسيج الثقافة العربية، يحتاج إلى طفرة كمية ونوعية هائلة، وإلى فرز للجيد والردئ والنافع وغير النافع، بل وإلى كشف الاتجاهات المعادية للعلم، حتى إن قدمت باسم العلم. إننا ننطلق من قناعة كاملة بتقدير ثقافتنا العربية والإسلامية الأصيلة للعلم والعلماء، ومن استناد إلى تاريخ مشرف للعطاء العلمى المنفتح على مسيرة العطاء العلمى للإنسانية فى الماضى والحاضر والمستقبل، ومن تطلع إلى أن نستعيد القدرة على هذا العطاء كى نشارك فى تشكيل مستقبل البشرية، الذى تلعب فيه الثورة العلمية والتكنولوجية دورًا محوريًا كقوة دافعة ومؤثرة فى الوعى المعرفى للبشر وفى مجمل أنشطتهم ونوعية حياتهم، بل وفى قدرتهم على الإمساك بزمام أمورهم. وإذا كنا نؤمن بأهمية تحول مجتمعاتنا العربية إلى مجتمعات علمية فى فكرها وفعلها، فإن ذلك لن يتأتى إلا بنشر واسع ومتميز لثقافة

العلم بكل أشكالها. ونأمل أن تكون هذه السلسلة، التى تبنتها المكتبة الأكاديمية، خطوة على هذا الطريق.

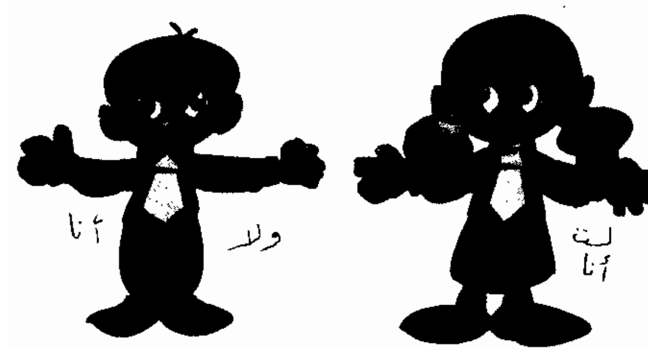
هذه الكراسة :

تحمل رسالة تربوية مهمة تدعو إلى حب الرياضيات وتعلمها. دع القلق واستمتع بالرياضيات، هذا هو أحد عناوينها الجميلة، إن الدكتور وليم عبيد، أستاذ طرق تدريس الرياضيات المعروف ، يطوف بنا فى عالم الرياضيات، ما هى وما هى المعتقدات الشائعة حولها، ويحكى لنا عن نماذج ناجحة لعلماء لم تكن بداية علاقتهم بها سهلة، ولا ينسى أن يقدم نماذج من أهل الفن والسياسة. ويحدثنا عن دور المعلم والمتعلم والاختبارات. ويختم الكراسة بذكر عشرة نماذج تنويرية، تعد إضافة رائعة فى ثقافة الرياضيات. دعونا نقرأ هذه الكراسة للمتعة والفائدة معًا، فهذا هو هدف الثقافة العلمية.

أحمد شوقى

يناير ٢٠١١




بنت
أنا
ولد أنا

المحتويات

الصفحة

الصفحة

نوافذ تنويرية

تقديم

«من المعلومات تأتى المعرفة...
ومـن المعـرفة تتـولد الحكمـة»

(و.ع)

مع ازدياد التقدم والحضارة فى كل زمان ومكان يتسارع الاهتمام بتعليم وتعلم الرياضيات ليس فقط لفوائدها النفعية، بل أيضًا بسبب المتعة الذهنية التى تصاحب التعامل معها وبها... ورغم كل ذلك نجد هناك بين المتعلمين عزوف البعض عن الالتحاق بالشعب العلمية، والتى تتضمن أساسًا دراسة الرياضيات. كما نلمس أحيانًا ما يطلق عليه «قلق الرياضيات» عند بعض التلاميذ خاصة مع بداية تمدرسهم، ومن ثم نجد البعض «يخافون الرياضيات»...

يعالج كتابنا هذا «من يخاف الرياضيات» أسباب هذا التخوف والتى هى فى معظمها أسباب نفسية انفعالية، بعضها ناجم عن معتقدات خاطئة عن صعوبة الرياضيات، وعن أسطورة القدرات الفطرية والذكاء الثابت الذى يعتقد البعض

أنه لا يتقدم ولا ينمو بالتعليم والتعلم... وتشغيل الخلايا العصبية للمخ البشرى، الذى يُقال أنها «ترقص طربا» عندما تستقبل «تحديا» فكريًّا يؤدى إلى إعمال «العقل» لحل مشكلة صعبة... كما يتطرق الكتاب لأسباب، تتعلق بمناهج الرياضيات وأساليب التدريس وطرق التقويم والامتحانات «الترويعية»...

يعرض الكتاب لنماذج من بعض العلماء، الذين تأخر نموهم أو واجهوا صعوبات فى تعلم الرياضيات... ثم أصبحوا علماء أضافوا الكثير لعلوم الرياضيات وغيرها...

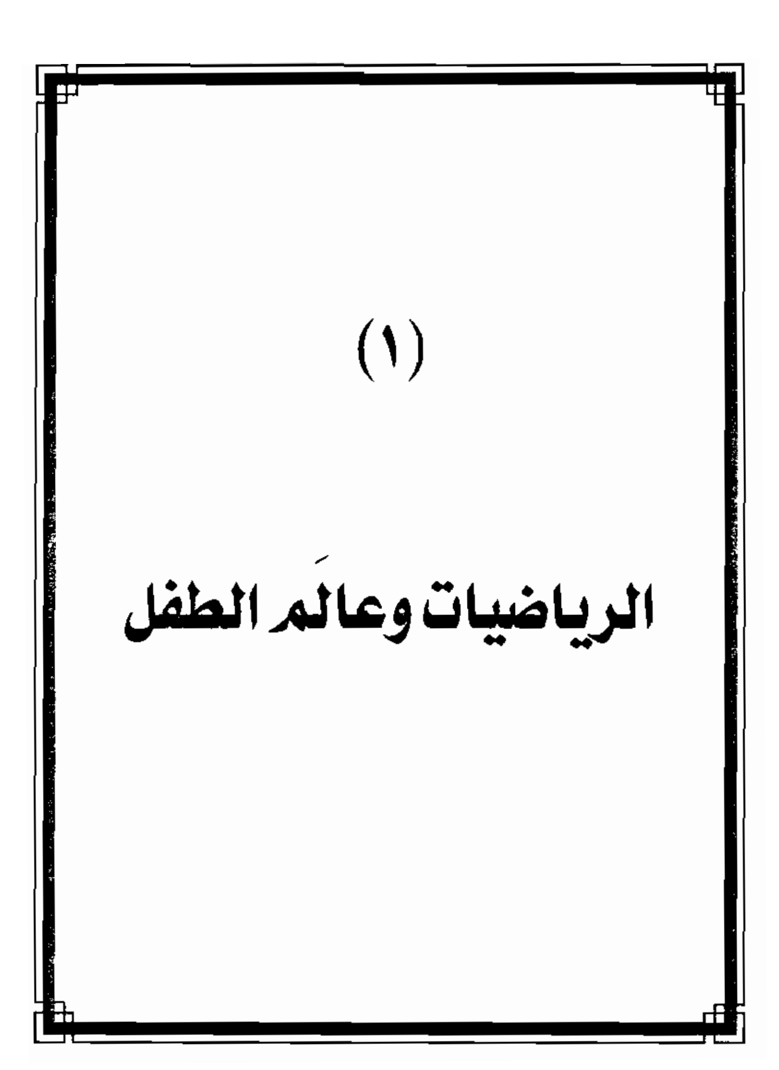
كما يقدم الكتاب نماذج لأمثلة ومواقف رياضية ممتعة ومفيدة..

ومع نهاية قراءة الكتاب، نأمل أنه يسهم فى رسم ابتسامة عريضة دافعة لتعلم الرياضيات.

والله الموفق،

وليم عبيد

يناير ٢٠١١



(١)

الرياضيات وعالَم الطفل



الرياضيات... العقل... الوجدان

الرياضيات نشاط ممتع يتزاوج فيه العقل والوجدان... دراسة الرياضيات تنمى التفكير فتجعل الذهن متفتحًا والعقل صحوًا. العمل فى الرياضيات: مثل العدّ وإجراء عملية حسابية أو حل جملة مفتوحة مثل Δ + □ = ٧ والتى لها أكثر من حل... أو رسم شكل هندسى أو اكتشاف خواص «المستطيل» أو حل مسألة «لفظية».... يدعّم الإمكانات والقدرات الحِسّية والعقلية. المشتغلون بالأنشطة النفسية والتربوية للمخ والأعصاب يقولون إن المخ البشرى تصفق شجيراته العصبية طربا، عندما تحدث به إشراقة تعطى لصاحبه فهما وإدراكًا لمشكلة كانت تبدو معقدة أو حلا لمسألة غير مسبوقة، مَثَّلت له تحديا، عندما استقبلها من خلال إحدى الحواس... فالرياضيات تسهم فى حل كثير من المشكلات والتحديات العملية والعلمية والحياتية، من خلال تمثيلها أو نمذجتها بعلاقات بلغة الرياضيات ورموزها، يتم حلها ثم إعادة ترجمتها إلى أصولها المادية ومواقفها النوعية الأصلية.

الرياضيات – مثلاً – تشرح وتفسر لنا ظاهرات النمو فى الكائنات الحية وظاهرات التآكل فى مواد إشعاعية (والتى تمثلها قوى أسية فى الجبر). كما أن الرياضيات تقدم لنا نماذج عديدة للتصميمات العمرانية والصناعية...، تنظم لنا عمليات الأنشطة الخِدْمية والإنتاجية...، تتنبأ لنا – بدرجات احتمالية – بجدوى القيام بمشروعات مثل مشروع افتتاح متجر أو تشغيل ورشة أو شركة سياحة أو تجهيز مطعم... أو استصلاح قطعة أرض صحراوية واستزراعها... الرياضيات تصف لنا كيف تنساب الموسيقى ونغماتها الجميلة، وكيف تتفاعل أطوال تلك النغمات فى «سلالم» مختلفة لتكوِّن معزوفات بديعة فى إيقاعات عذبة.

الرياضيات تمدنا بأشكال هندسية يمكن أن تمثل وحدات لتكوين أشكال زخرفية ومصوَّرات فنية يرتاح إليها البصر وتستريح لها النفس... بل وتلهم بعض الشعراء فى «نعومة» ورِقَّة كلماتها. فمثلاً رياضى عربى من العصور الوسطى أنشد فى وصف «محبوبته» أبياتًا تقول:

«وذى هيئة يزهو بخال مهندس	أموت به فى كل وقت وأُبْعَث
محيط بأوصاف المَلاحة وجهه	كأن به «إقليدس» يتحدث
فعارضه خط استواء وخاله	به نقطة والخد شكل مثلث

الطفل

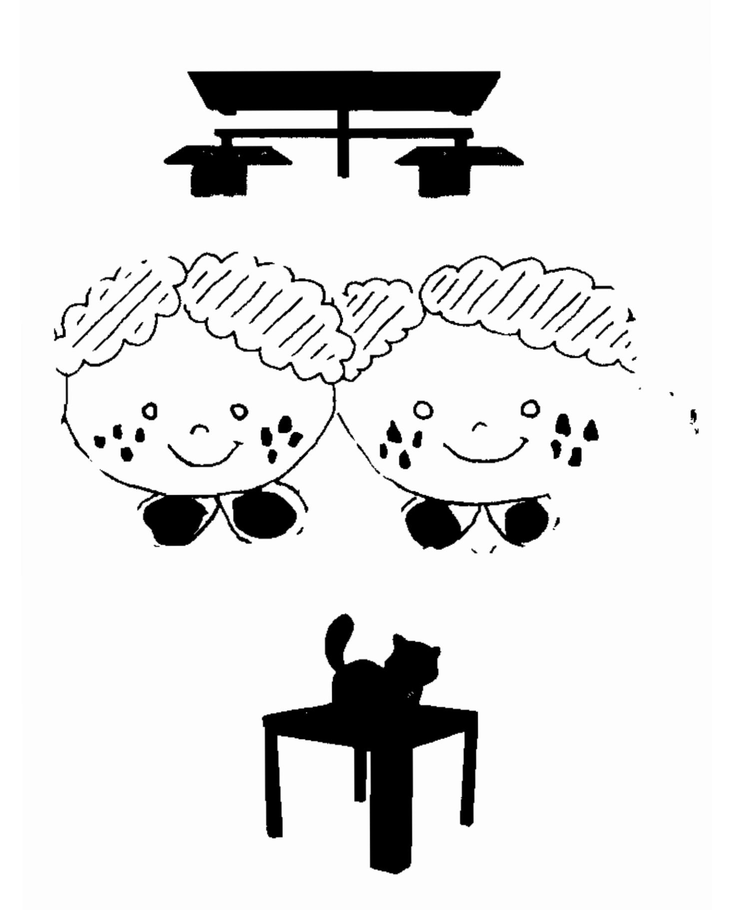
الأطفال – منذ بداية حياتهم - يعيشون عالمًا مليئًا بخبرات رياضياتية فى تحركاتهم وتواصلهم اللفظى والحركى مع آخرين، صغارًا وكبارًا، وفى سائر أنشطتهم العشوائية والمنظمة يلاحظون ويستكشفون علاقات وترابطات... يسمع الطفل صوتا يتبعه بفعل معين... يكرر نفس الاستجابة عندما يتلقى نفس المثير.. يسمع صوت أبيه داخلا من باب المنزل فيجرى نحوه لملاقاته... يربط بين اسمه وذاته، يسمع اسمه فيجرى تجاه الصوت... يميز بين أبيه وأمه، يُصنِّف الكبار فى «تشاكل» مع صنوف أبيه وأمه. فكل رجل يراه يضعه فى «صنف» أبيه ويطلق عليه «بابا»، وكل سيدة يضعها فى «صنف» أمه ويقول عنها «ماما»... وإن كان يميز بين أبيه





والآخرين الذين يسميهم «بابا»، وكذلك الحال بالنسبة لأمه حيث يميز بينها وبين سيدات أخريات... بمرور الوقت يعى الأطفال أشياء عددية ومكانية... بل ومنطقية من خلال مشاركتهم النشطة مع بيئتهم الطبيعية. يدرك الطفل ضمنيًّا «عدد» إخوته، فهو يبحث عن أخ أو أخت غير موجودة على طاولة الأكل أو حتى عند اللعب معًا على «حصيرة» فى المنزل... يلاحظ زمن الاستيقاظ فى الصباح عند شقشقة العصافير أو تسلل أشعة الشمس.. كما يعى ويتابع أنشطة وأفعالا، ثم يتعود «تتابعة» الأفعال الصباحية، مثل: الاستيقاظ، الذهاب للحمام، غسيل الوجه، الأكل، ثم غسيل الأيدى،... وبحسب ما تعوِّده أمه... يبدأ فى اللعب أو يعود إلى السرير... وعندما يكبر يتوجه إلى المدرسة بصحبة شخص كبير... راكبًا أو ماشيًا... الطفل يعى حدسيًّا وتلقائيًّا الفضاء الذى يعيش فيه. فهو يعى الأشياء القريبة منه وتلك البعيدة عنه.. يلاحظ أن أصابعه قريبة من يديه، بل فى نهاية يديه، وأن عينيه مجاورتان لأنفه. وعندما يرسم «وجهًا» فإنه يرسم منحنيا مغلقا يمثل الوجه، وأبدًا لا يرسم عينيه خارج الوجه

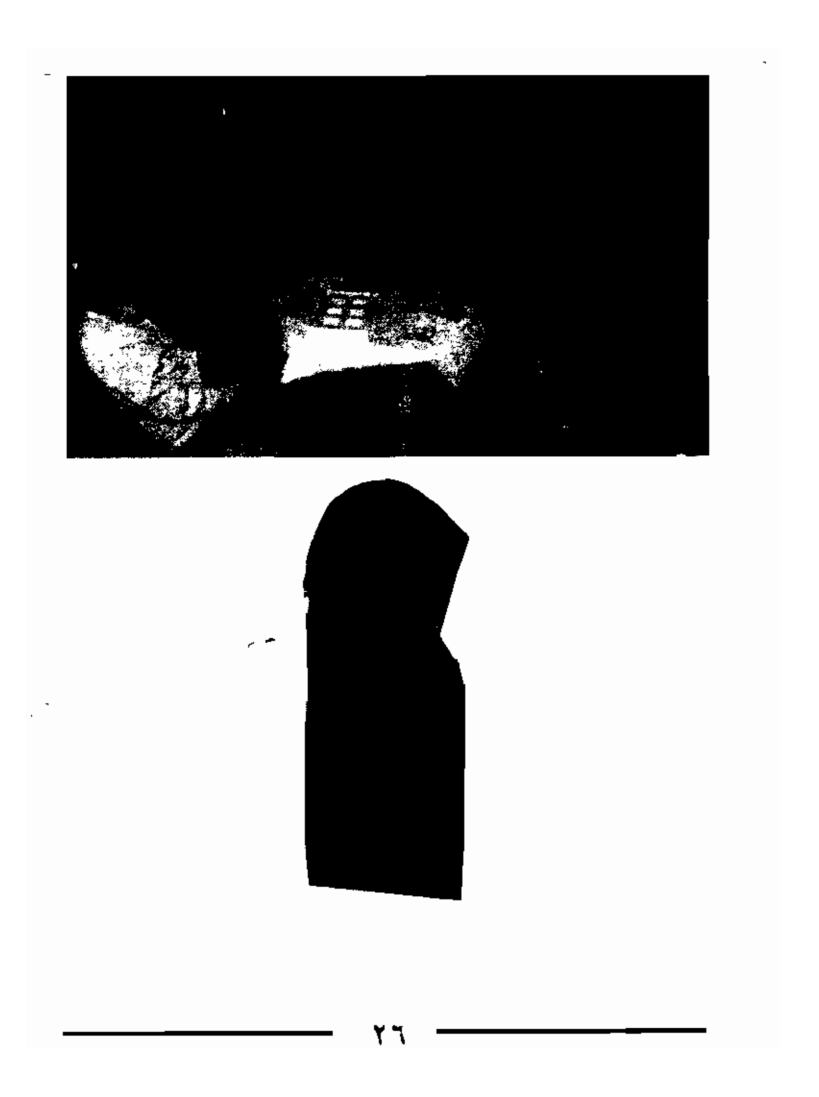
ولا أذنيه داخل ذلك المنحنى المغلق، فهو يعى فطريًّا الداخل والخارج ويميز بينهما... كما يمكنه أن يميز ما هو فوق طاولة أو كرسى وما هو تحته... وعندما تطلب منه أمه أن يجلس فإنه يجلس «فوق» الكرسى، ما لم يكن يداعبها أو يختبئ منها... ومن ثم فإنه يميز بين «فوق» و«تحت»... كما يدرك أن أبيه «أطول» منه، وأن بعض أفراد أسرته ليس جميعهم بنفس الطول أو «الحجم». فعندما يُطلب منه أن يلبس حذاءه فإنه يختار حذاء «صغيرا» ويحاول إدخاله فى رجليه... يدرك أنه يلبس «الشراب» (الجورب) قبل الحذاء. وعند الخلع يخلع الحذاء ثم الجورب (فاللبس والخلع عملية ليست «إبدالية»). يطلب مزيدًا من الألعاب أو يستبعد بعضها... فهو يشعر بالإضافة وبالاستبعاد فى تعامله بأشياء وقطع من الحلوى يتبادلها مع إخوته... يتعامل أو يلعب بأشياء فى البيت ويحترس من اللعب بأشياء أخرى، سبق أن مُنِع من اللعب بها... يعى تمامًا إخوته ويميزهم عن جيرانه أو عن ضيوف يزورونهم..



وهكذا فإن الطفل يرى أشياء و«يتدبر» أفكارًا (يفكر بها وربما يتأملها بطريقته وبساطته)، ويتخذ موقفا من «تعليمات» تصدر له من أفراد أسرته... ويمارس خبرات تتضمن علاقات وأنماطًا ومجموعات من الأشياء تمثل «كَمًّا» أو عددًا لا يهمه حجمها ولا أسماءها، ولكنه يميز بين «الكثير» و«الأقل»... وعند حضور ضيوف يلاحظ «تناظرا» بين من قَدِموا وبين أكواب الشاي التي قُدِمت لهم، حيث لكل شخص كوب، وكل كوب يخص واحدا من الأشخاص... لا يهمه أسماء الأشخاص ولا يعرف – وربما لا يدرك – ما يسميه الكبار «عددهم»... كذلك يمارس الطفل خبرات «هندسية» في صورة أشياء «مجسمة»، مثل أواني المنزل وأكواب يستخدمها وسرير ينام عليه، كما يلاحظ أن ما يتغطى به هو «سطح» ملاية أو لحاف وأنه ينام على «سطح» مرتبة وفوق «سرير» وأنه يجلس أو يلعب أحيانًا على «سطح» الأرض أو «سطح» سجادة أو «حصيرة» منبسطة وينزعج، إذا كان بها نتوءات – سوف تؤلمه – ويشكو إذا لم تكن ملساء ولا «مستوية»...

الطفل يلاحظ أيضًا أشياء ممتدة وطويلة وأخرى منحنية فى بعض الأسلاك الممتدة فى منزله، كما يلاحظ أشكالاً «مكوّرة» وأسطوانية «رأسية» وأفقية.. فى أشياء يلعب بها أو فى صور. أحيانًا يرى كتب إخوته الذين يذهبون للمدرسة وكراساتهم، التى يكتبون فيها وحيث ينزعج إخوته إذا لاحظوا أن الطفل يرسم أو «يشخبط» بالقلم فى كراساتهم أو كتبهم... كل ذلك وغيره خبرات، يمر بها الطفل يتقبلها ويُقبل عليها بتلقائية وكثيرًا ما يسعد بها ولا يشعر تجاهها بخوف أو وَجَل، بل بحب ووجد وحبور فى سياق طفولة بريئة تتسم بالبساطة، ويكتسب منها «معارف» ضمنية نتيجة تعلم ذاتى أو نتيجة إرشادات من أشخاص يثق بهم... يتلقى منهم تلك الإرشادات مثل «افعل كذا . ولا تفعل كدا»، دون غضب أو توتر أو خوف أو قلق.

إلا أنه عندما يلتحق الطفل بالمدرسة وتقدم له «رياضيات» مدرسية بصور شكلية ولغة ورموز غريبة عليه وغير مفهومة له... فإننا نجد أن الطفل – حتى وإن كان قد



أصبح كبيرًا نسبيًّا فإنه يشعر باغتراب نحو ما يقدمه له المعلم... وأحيانًا يشعر بأن ما يقال له من كلمات أو رموز «رياضية» أشياء ثقيلة تنزل عليه «كجلمود صخر حطّه السيل من علٍ» (على رأى أحد الشعراء)... أحيانًا يصاحب ذلك خوف وارتياب نحو قدرته على إدراكها واستيعابها واكتسابها... أضف إلى ذلك خوفه من أنه سوف يُسأَل عنها واحتمال أن «يفشل» فى الإجابة عن أسئلة تتعلق بها، وما يسمعه من أنه سيمتحن فيها!!، يصاحب ذلك قلق من «عقاب» قد يتعرض له فى المدرسة... أو من أبويه إذا لم ينجح فى «امتحاناتها»... الطفل فى بداية تمدرسه يسمع كلمات بعضها مألوفة وبعضها غير مألوفة بعضها لها فى ذهنه معنى اكتسبه «تلقائيًّا» من أنشطته الطفولية قبل التمدرس... يسمع كلمات مثل: جمع، طرح، ضرب، عامل...!! جمع «بالحمل»، ... وطرح «بالاستلاف»؟ وبعضها لها معان مختلفة فى اللغة العادية.

نافذة (١) الطرح و... «الاستلاف»

قال المعلم لأحد التلاميذ – بهدف أن يقرِّب له عملية الطرح:

أبوك استلف مائة جنيه من أحد أصدقائه. وبعد شهر سدد أبوك مبلغ (٦٠) جنيهًا. فكم يتبقى ليعطيه أبوك للصديق حتى يسدد كل ما عليه؟

أجاب التلميذ: لا أعرف

كرر المعلم السؤال... فكرر التلميذ نفس الإجابة: لا أعرف

غضب المعلم وانفعل فقال للتلميذ:

ألا تعرف حساب؟

أجاب التلميذ

«لا يا أستاذ إنتَ اللى ما تعرفش أبويا»!!

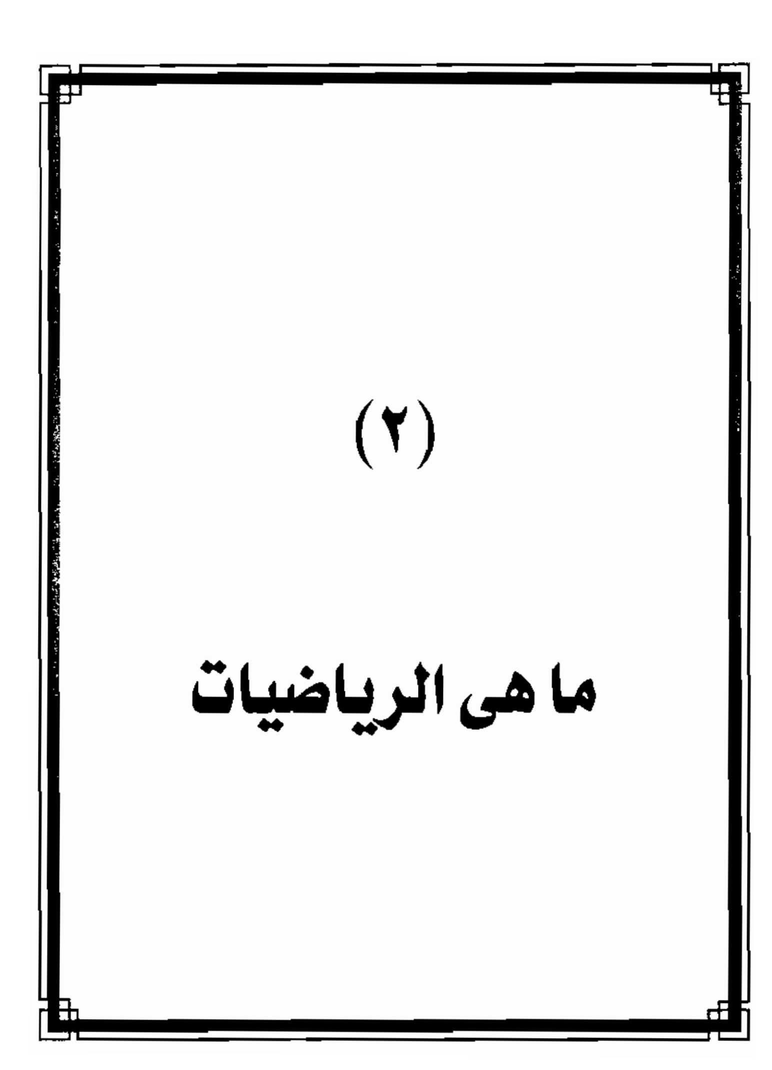




١٠٠ – ٦٠

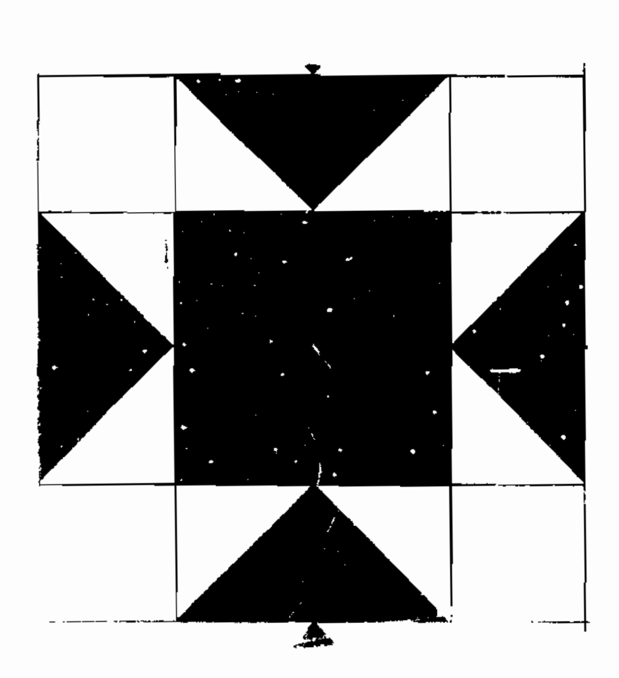
=

؟



(٢)

ما هى الرياضيات

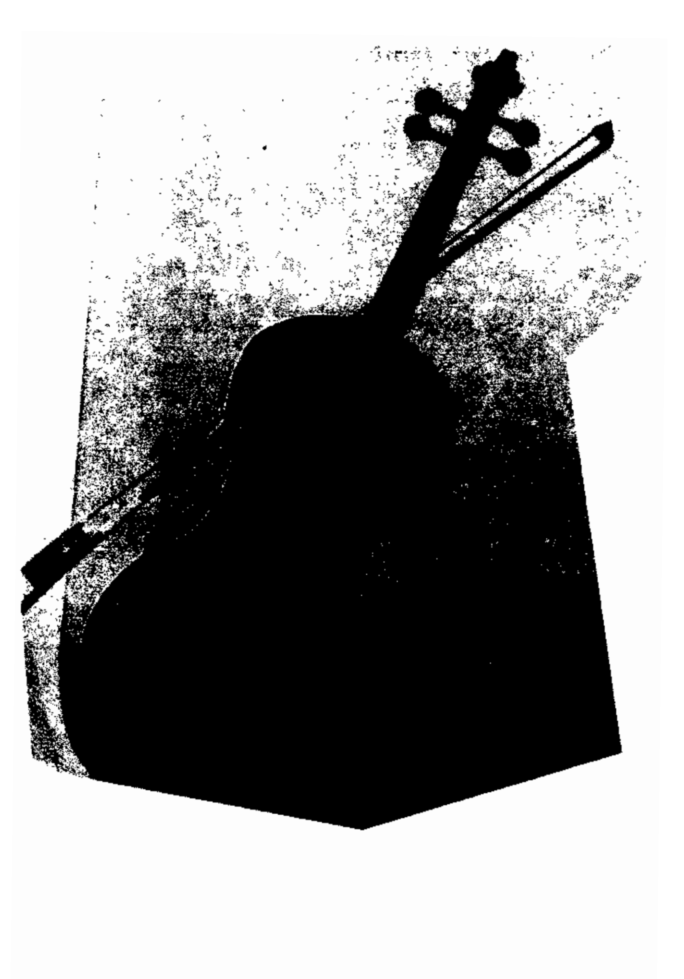


منذ أن ابتكر الإنسان الأعداد لحاجته للعد... وفى كل زمان ومكان، أصبح معرفة قدر من الرياضيات يعتبر أمرًا لا يمكن الاستغناء عنه لأى إنسان يعيش على الكرة الأرضية - وحتى وهو فى طريقه إلى كواكب أخرى - ومهما كانت درجة ثقافته. إن دراسة الرياضيات فى معظم - إن لم يكن كل - الأحوال دراسة إجبارية فى العشرة صفوف الأولى من التعليم العام... كما أنها أصبحت متضمنة بدرجة أو أخرى فى كل الدراسات الأدبية والعلمية... ومع التقدير الكبير الذى تحظى به الرياضيات، إلا أنها لا تحظى بنفس القدر من الترحيب بدراستها من بعض التلاميذ، خاصة فى بداية دراستهم... ذلك أن تدريسها يختزل إلى تدريبات مجردة وروتينية فى حل مسائل وتمارين أو إثبات صحة قضايا هندسية، بأمل أنها تنمى قدرات فى المنطق الشكلى، ولكنها لا تؤدى إلى فهم حقيقى للعمل الرياضى ولا إلى استقلالية ثقافية تُذْكر. غالبية التدريس - محتوى وطريقة - يميل إلى

التوجه نحو التخصص المكثف والإفراط فى التجريد، وكأن كل المتعلمين يُعدّون ليكونوا رياضيين متخصصين... التطبيقات والترابطات مع العلوم الأخرى محدودة إن لم تكن مهملة... كل ذلك لا يعنى ولا يبرر الإقلال من أهمية تعليم الرياضيات... كما أنه لا يبرر أن يتراجع بعض التلاميذ والطلاب عن تعلم الرياضيات... ولا أن يبرر الخشية أو الخوف من تعلم الرياضيات، فهناك فى ثنايا الغابة أشجار جميلة وأخرى باسقة مفيدة... وأخرى تعطى ثمارًا حلوة المذاق. هناك حاجة لفهم أصيل للرياضيات كمنظومة عضوية وكقاعدة للتفكير الصحيح، وكأداة تضع نفسها فى خدمة كل العلوم وتسهم فى حل كثير من المشكلات فى مجالات الإنتاج والخدمات، كما تساعد على دراسة العديد من الظواهر الحيوية والبيئية، بما يسهم فى الحد من مخاطرها وبما يزيد من تطويرها لخدمة ورفاه الإنسان... الكل يعرف أن الحضارة والتقدم المعاصر يعتمدان على العلم والتكنولوجيا التى هى أداة قوية وفاعلة يرى – من خلال أدواتها – ويكتشف الكثير من

العلاقات، ويصل إلى كثير من الآفاق والمسافات البعيدة ويحلل العديد من الكيانات والجزئيات دقيقة الحجم ويقيس أزمنة متناهية فى الصِّغَر... مثل هذا التقدم كان من المستحيل حدوثه فى غيبة من «نمذجة» رياضية وبرمجة لخوارزميات معقدة.. ولكنها تعتمد على أساسيات وعلى ما يسمى بالمهارات الأساسية حسابية وجبرية وهندسية وتحليلية.

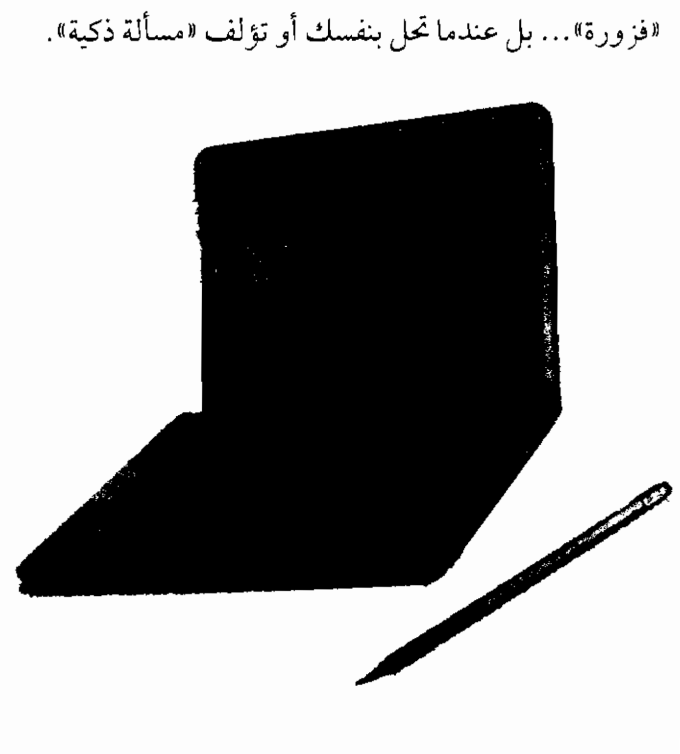
من الناحية الأخرى، فإن الرياضيات نوع من الفن الممتع. فهى من منظورها الفكرى نشاط حر... فالرياضى يمكنه أن يضع مجموعة من المسلمات - شريطة ألا تكون متناقضة - ويبنى عليها باستخدام المنطق مجموعة من «النظريات»، ومن ثم ينشئ بنية رياضية افتراضية... وقد يجرى «تجربة ذهنية» من خلال عمليات وسيناريوهات داخل «عقله» يمكن أن يحولها إلى «خرائط عقل» لبناء افتراضى فى رحلة ذهنية ممتعة.. ولكن يوما ما قد يجد أن تلك البنى والأبنية الافتراضية إن هى إلا نموذج لموقف عملى أو حياتى.. إقليدس عندما وضع مسلماته مستلهمها من العالم



الحقيقى، جاء بعده علماء استبدلوا إحدى مسلماته الشهيرة (مسلمة التوازى) بمسلمة أخرى... كانت إطارًا افتراضيًّا ورحلة ذهنية، ولكن جاء آينشتاين فوجد تلك الهندسة «اللاإقليدية» الافتراضية هى التى تصف فراغات حقيقية اكتشفها.

يمكن تشبيه الرياضيات بالموسيقى حيث الجمال والمتعة فى الوصول إلى الحل، وفى جمال الطرق المستخدمة فى الحل... فى تكوين «نوتة» موسيقية ليست نشازًا... فالموسيقيون يبتكرون معزوفاتهم بما تمليه عليهم وجدانياتهم وأحاسيسهم الجمالية، وبوعيهم بالسياق الذى يضعون فيه وله «أطوال» نغمات معزوفاتهم. يُنْسَب للموسيقار الشهير بتهوفن قوله: «ذلك الذى يفهم معنى موسيقاى سيكون حرًّا بعيدًا عن المآسى التى تصيب الآخرين»... الرياضيات – شأنها فى ذلك شأن الموسيقى وغيرها من الفنون – هى إحدى الوسائط التى يمكن أن ترفع من يعمل فيها وينشغل بها إلى مستوى الإشباع الذاتى... انظر – وتأمل – السعادة التى تشعر بها بعد أن تحل

مسألة كانت تبدو لك معضلة... والشعور بالإشباع النفسى والاعتزاز بالذات والثقة بالنفس، عندما تحل أحجية أو «فزورة»... بل عندما تحل بنفسك أو تؤلف «مسألة ذكية».



نافذة (٢) اللغة الرقمية

تستند اللغة الرقمية إلى نظام العَدّ الثنائى المكون فقط من رقمين أساسيين هما الصفر والواحد (٠ ، ١)، وعن طريقهما يكتب أى عدد أكبر باستخدام العد الثنائى بمعنى أن خانات (وباللغة العشرية العادية) ٢، ٢^٢، ٢^٣، ٢^٤،... أى قوى٢ فتكون٢، ٤، ٨، ١٦،...فمثلاً العدد العشرى «٢» يكتب بالنظام الثنائى (١٠)، والعدد ٣ يكتب (١١) والعدد ٤ يكتب (١٠٠)... والعدد ٣٥ يكتب (١٠٠٠١١) بينما العدد الثنائى (١١٠١١) يساوى (١ + ٢ + ٠ + ٨ + ١٦ = ٢٧) باللغة العشرية.

الحروف الأبجدية أيضًا حددت لها الرموز الثنائية (٠، ١).

ابتكر هذه الرموز الثنائية الرياضى ليبنتز عام (١٧٠١) كفكر رياضى ومتعة ذهنية بحتة – حاليًا يستخدم هذا النظام الثنائى فى الكمبيوتر لإدخال واستدعاء المعلومات بواسطته.. بسرعة ويُسر. الآن توجد الكمبيوترات (الحواسيب) الرقمية والتليفزيون الرقمى وآلات الموسيقى الرقمية والكاميرا الرقمية... وغيرها الكثير.. ألا يستحق الأمر أن تدرس الحساب الثنائى؟

يسمى الرقم ٠ أو ١ «بِتْ». «البايت» هو مجموعة متتالية من «البِتات» تلزم لتمثيل حرف من حروف اللغة ٠ فمثلاً الحرف A يكتب رقميا كالآتى:

(١١٠٠٠١)

الحرف B يكتب رقميًا:

(١١٠٠١٠)

وهذا هو أساس فكرة الرقمنة (Digitalization)

لماذا نعلّم الرياضيات

«أن تعرف وأن تفهم» قيمة إنسانية فى حد ذاتها، تقع فى أولويات حقوق الإنسان، الرياضيات كمجموعة من المعارف الثقافية والفكرية والأدائية جديرة بأن يكون تعليمها وتعلمها حقا ومطلبا لزوميا للجميع. الرياضيات كانت ومازالت أداة لإعداد المواطن – أينما كان وطنه، وأيا كان لونه أو جنسه أو

نوعه الاجتماعى الجنسوى، أو ديانته أو مستواه الاقتصادى أو الاجتماعى - فهى حق له منذ نشأته وخطوه فى سلم التعليم ثم خروجه لسوق العمل، وتكوين أسرة وممارسة أدواره الاجتماعية والاقتصادية والسياسية؛ فهى تنمى ليس فقط معارف ومهارات، بل تنمى قيمًا ومشاعر ووجدانيات، وقدرات عقلية عامة تجعل المواطن شخصًا منتجًا، من خلال أهليته وقابليته للتوظف فى مهنة يُعد لها... وأيضًا قابلاً لأن يغير مهنته وعمله، وأن يكتسب معارف جديدة ومهارات عمل جديدة... وبصفة عامة يكون قادرًا على أن يتجدد.. لا أن يتبدد.

إن تعليم الرياضيات نشاط جاد يهدف إلى:

- تنمية الحِس بالعدد وبالمكان.. ذلك أن العدد والمكان مكونان أساسيان لفهم الإنسان للحياة، ولمساعدته على التصرف الواعى، والتحرك الآمن فى نواحى معيشته ونشاطاته...
- الاتساق والتناغم بين أفكار الشخص؛ حتى لا يقع فى

تناقضات فى سلوكه أو فى تصرفاته.. سواء مع نفسه أو مع الآخرين، فى إطار تفكير عقلانى غير مضطرب.

- اكتســاب أداة مهمــة تتمثـل فى علاقــات ونظــريات وأساليب رياضياتية لحل مشكلات علمية واجتماعية... وحياتية عامة.

- اكتساب قدرات عقلية تمكنه من إقامة الحُجَّة والدليل والتعليل والبرهنة بالنسبة للكثير من المواقف العملية والحياتية... وهو ما يكسبه حِنكة فى كشف الأخطاء والمغالطات وتفادى الوقوع فيها.

- التعامل بمصداقية استنادًا إلى معارف «علمية»، وإلى استخدام العقل فى مواقف مثل توزيع «المواريث» وتوزيع الأرباح، وتقدير تكاليف الأسرة، وترشيد الإنفاق...، وتحديد مواعيد الصلاة والأعياد الدينية والوطنية.

- فهم البيئة من مختلف أبعادها... والتصالح معها بحيث

«لا يعتدى» عليها، ويدرك مدى الخسارة فى اقتلاع الأشجار وفى سوء استخدام الأمراض الزراعية... كما يتفادى «انفعالاتها»، و«ثوراتها»، فيتنبأ ويتابع قضايا مثل الانبعاث الحرارى والفيضانات والزلازل... وإرهاصات وتنبؤات وقوعها.

- متابعة قضايا مثل النمو السكانى والإدراك والتوعية باحتمالات الآثار الاقتصادية والاجتماعية لعدم ضبطه وعدم التحكم الآمن فيه على المستوى القومى وعلى مستوى الأسرة الواحدة.
- تنمية القدرة على التواصل بلغة الرياضيات من حيث المصطلحات اللفظية والرموز والجداول والأشكال البيانية، وفهم ما تقول به وما يمكن أن تنبئ به بياناتها.
- تنمية القدرة على اتخاذ قرارات صحيحة ومناسبة بناء على حسابات وأسس صحيحة.
- تنمية التذوق الجمالى والعمل التعاونى والتفكير الجمعى العقلانى.

- تنمية القدرة على الإبداع والابتكار المنتج.
- الميل نحو دراسة الرياضيات والعلوم واستخداماتها، ومتابعة الجديد والمستحدثات فيها وفوائدها.
- اكتساب ثقافة عالمية ثمينة وممتعة... فى إطار وحدة المعرفة والتطورات التكنولوجية المتسارعة.
- تثمين دور الرياضيات فى تكامل الحضارات والتواصل والتقارب بين العلماء وزيادة الدافعية نحو المشاركة فى دراستها... وربما الإبداع فيها.
- تثمين دور العلماء محليًّا وقوميًّا وعالميًّا فى تطوير الرياضيات.
- الاعتزاز بدور المصريين والعرب فى تطوير الرياضيات، واكتساب ثقة بإمكانية الاستمرار على نفس الدرب، والتأكيد على أن الذكاء والعبقرية ليست وقفًا ولا حكرًا على حضارة معينة ولا على جنس معين.
- التعرف على سير وحياة العلماء شرقًا وغربًا.. وأن القدرات وإن بَدت محدودة أو ظهرت متأخرة، فإنها

تنفتح وتنمو بالتعلم والإصرار على التعلم... وبها يبعد القلق والخوف والتردد، وبها يتطلب الثقة بالنفس وإمكانية الإنجاز، بل والابتكار.

رياضيات عظيمة عند قدماء المصريين

لعلك تعلم أن هرم الجيزة الأكبر تم بناؤه قرابة عام (٢٩٠٠) قبل الميلاد فوق مساحة تبلغ (١٢) فدانًا، وأنه يشتمل على أكثر من (٢ مليون) قطعة حجر، يزن كل منها فى المتوسط (٥ , ٢) طن.

أَسقُف بعض الغرف داخل الهرم مصنوعة من أحجار الجرانيت، ويُقدر وزن القطعة منها بحوالى (٥٤) طنا. قاعدة الهرم على شكل مربع، (القياسات الحديثة أثبتت أنه على الرغم من أنه لم تكن هناك أدوات قياس «متقدمة»، فإن أخطاء القياس فى أطول الأضلاع والزوايا كانت ضئيلة جدًّا...).





إحدى المسائل البسيطة التى وردت فى «قرطاس» أحمس وهو أحد مسميات البردية، التى تم اكتشافها صدفة بواسطة عالم الآثار «رايند Rhynd» فى أخميم ونشرت عام ١٩٢٧م، ولكنها كانت مخطوطة للكاتب المصرى القديم «أحمس». وكان قد كتبها على ورق البردى عام (١٦٥٠) قبل الميلاد... كانت المسألة كالآتى:

«كومة إذا أضيف إليها سُبعها تصبح (١٩). فكم كانت الكومة؟»

كان حَل أحمس لتلك المسألة «الحسابية» يتضمن إجراء عمليات ضرب وقسمة بالطريقة المصرية القديمة كالآتى:

لتكن هذه الكومة ٧

١ يعطى ٧

$\frac{١}{٧}$ يعطى ١

$\frac{١}{٧}$ ١ يعطى ٨

كم (٨) فى الـ(١٩) ؟

وهنا حسب أحمس عدد المرات التى يضاعف بها العدد (٨) حتى يصل إلى (١٩).

وبنفس الطريقة توصل إلى «عدد المرات» تباعًا وهو ٢ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ثم أوجد «مضاعفات» العدد (٧) بالأعداد ٢ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ كالآتى:

١	يعطى	٢ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$
٢	تعطى	٤ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$
٤	تعطى	٨ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$
٧	تعطى	١٦ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

وبذلك فإن الكومة المطلوبة تساوى ١٦، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

أى تساوى $\frac{٥}{٨}$ ١٦

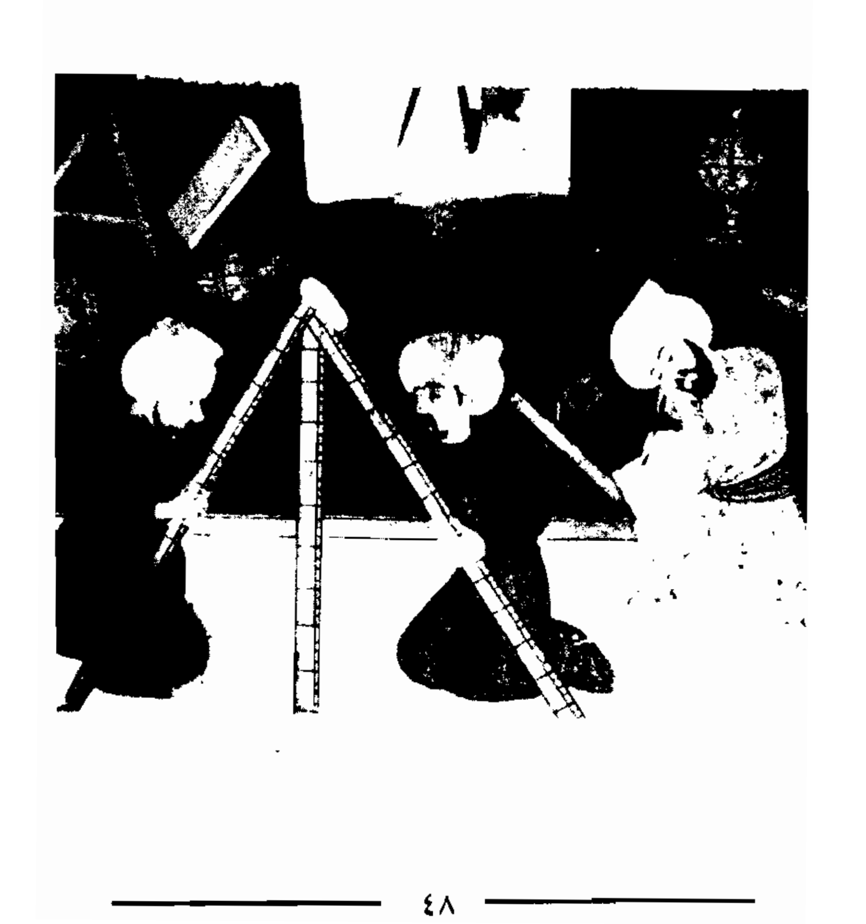
الحل «الحديث» وبلغة الجبر «المعاصر» كالآتى:

نفرض أن الكومة تساوى س

س + $\frac{1}{7}$ س = ١٩	
٧ س + س = ١٣٣	(بالضرب × ٧)
٨ س = ١٣٣	
س = ١٣٣ ÷ ٨	(بالقسمة على ٨)
= ١٦ $\frac{5}{8}$	

إذن:

الكومة = ١٦ $\frac{5}{8}$



رياضيات مبدعة فى الحضارة العربية الإسلامية

قدمت الحضارة العربية الإسلامية إسهامات عديدة فى تطوير الرياضيات... نذكر على سبيل المثال: وضع رموز ونظام العَد العشرى وهى:

٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩

وكانت تبدأ بالواحد (١) ثم أضيف إليها الصفر بالرمز (٠) فى المشرق العربى، الرمز (0) فى رموز الأعداد الشقيقة التى هى أيضا أعداد عربية:

0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9

والتى انتشرت عن طريق كتاب الخوارزمى، ودخوله إلى الأندلس، ومنها إلى أوروبا ثم سائر العالم.

أحد الشعراء وصف الرموز «الشقيقة» وكانت تسمى الغبارية:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

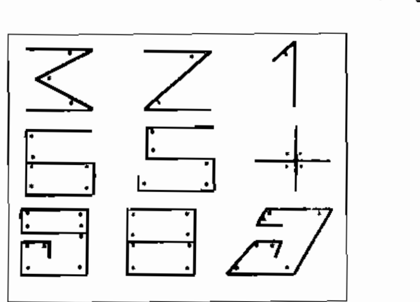
كالآتى:

أَلِف (أ) وحاء (ح) ثم حج (حجـ) بعده
عين (ع) وبعــد العــين عو (عو) تُرسَم

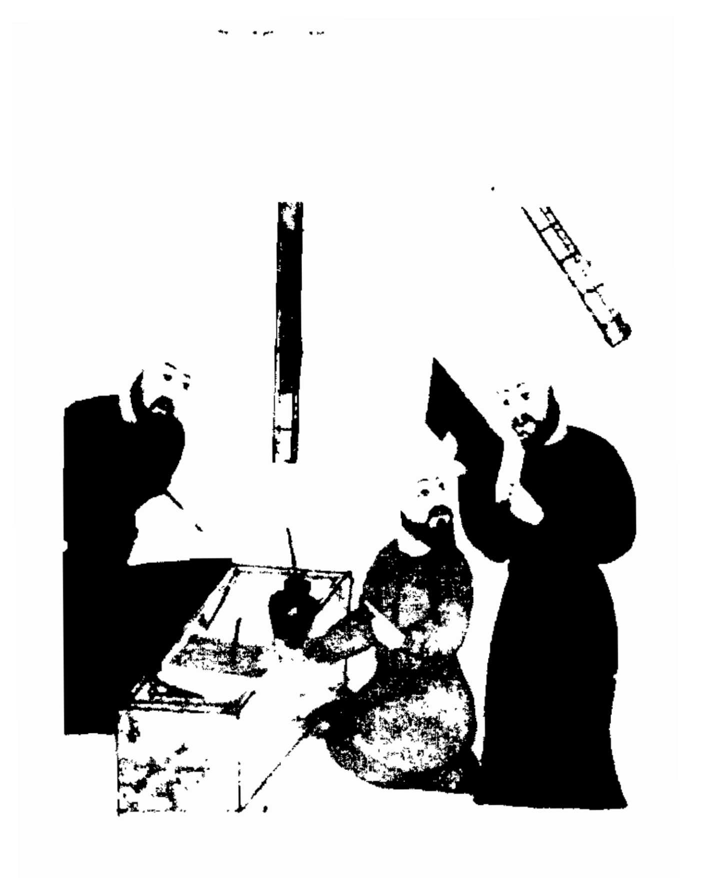
هاء (هـ) وبعد الهـــاء شـــكل ظاهـــر
يبـــدو كمخطـــاف (7) إذ هـــو يُرقـم

صفران (8) ثامنهـــا وقـــد ضُـــما معـا
والـــواو (9) تاسعهـــا وبذلـــك تُخْتَم

بعـض الـمُفسِّرين يرون أن رمـوز الأعـداد «الشقيقة» كتبت رموزها لتدل على قيمتها «العددية» بحسب عدد الزوايا فى رسوماتها:



لعل كل تلك التفسيرات مجرد «اجتهادات» وقد جاءت الطباعة وطرق كتابة الأرقام فى البنوك، وعلى «أزرار» الكمبيوتر، لتجعلها رموزا رياضية «بحتة» وتعرف عالميًا بالأرقام العربية.

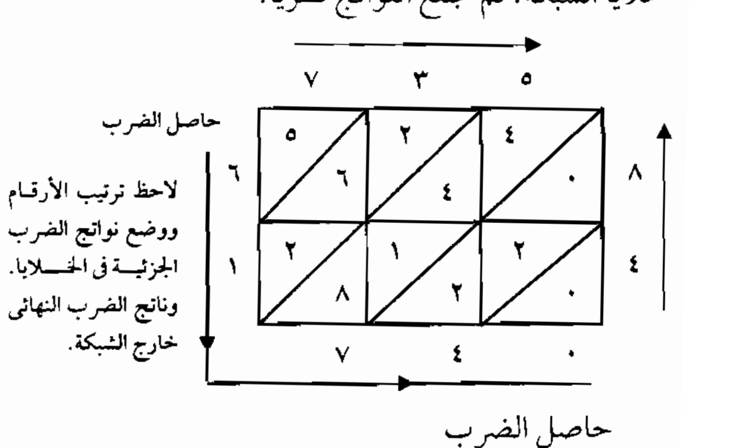


وإليـك مثال لطـريقة «عــربية» ســهلة لإجـراء عملية الضرب والتى تسمي بطريقة «الشبكة».

مثال: لإيجاد حاصل ضرب ٧٣٥ × ٨٤

نسير كالآتى:

نرسم شبكة مربعات يكتب عليها العددان (٧٣٥) أفقيا، (٨٤) رأسيا كما هو مبين. توضع حواصل الضرب فى أجزاء خلايا الشبكة. ثم تجمع النواتج قطريا:



حاصل الضرب

٧٣٥ × ٨٤ = ٦١٧٤٠

نافذة (٣) تقدير العلماء

العالِم الإيطالي ماركوني مبتكر «الراديو»

توفي عام ١٩٣٧. في يوم وفاته أوقفت جميع محطات الإذاعة (على الراديو) في العالم كله لمدة دقيقتين حِدادًا، وتقديرًا لعالمٍ عظيم.

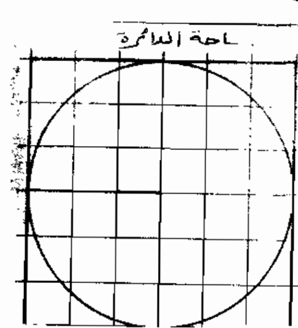


الرياضيات المدرسية:

الرياضيات المدرسية هى تلك الرياضيات التى يتعامل معها «المتعلم» من بداية تمدرسه، من الصف الأول حتى نهاية المرحلة الثانوية أو الصف الثانى عشر، سواء أكان فى مسارات التعليم العام أم التعليم الفنى أم المهنى..

تتمحور الرياضيات المدرسية حول العدد بكل أنواعه ومسمياته: أعداد صحيحة (طبيعية) وكسرية، موجبة وسالبة، نسبية وغير نسبية (كانت تُسمى مُنطَّقة وصماء)، حقيقية، ومركبة... وعمليات عليها: عمليات ثنائية + ، − ، × ، ÷ وعمليات أحادية مثل الرفع إلى قوة أو إيجاد جذر أو إيجاد لوغاريتم...، وكذلك علاقات تساوى، وتباين بين بعض تلك الأعداد التى تتوافر فيها خاصة الترتيب... يمتد العمل حسابيًّا وحتى التعامل بمتغيرات وثوابت تحت مسمى «الجبر»، ثم حل معادلات ومتباينات تستخدم حروفا ورموزًا لتمثيل جمل مفتوحة مفردة وآنية.. تُستخدم لغة «المجموعات» منذ البداية كوسيط للانتقال بالطفل من




ـاحة الدائرة

الأشكال إلى الأعداد باعتبار أن «العدد» هو إحدى خواص المجموعات.

تتضمن الرياضيات المدرسية دراسة الشكل بدءًا من النقطة إلى المستقيم (بُعد واحد) إلى المستوى (بُعدان) إلى الفضاء (ثلاثة أبعاد)... تشمل دراسة الشكل: أشكالاً بسيطة ومركبة... مضلعات ودوائر، مجسمات وكرات.. تأتى بعد ذلك دراسة «هندسة إحداثية» يتم فيها «عقد قران» بين النقطة والعدد، حيث يتم التعبير عن النقطة على المستقيم بعدد واحد، وفى المستوى بعددين وفى الفضاء بثلاثة أعداد... تسمى إحداثيات النقطة... الهندسة «التركيبية» تتضمن عمليات إنشائية بأدوات هندسية (حافة مستقيمة، مسطرة مدرجة، مثلث قائم، منقلة لقياس الزوايا، فرجار لرسم دوائر ومنحنيات...) كما تستخدم أدوات تكنولوجية: حاسبات وبرمجيات وحواسيب.

كما تتضمن الرياضيات المدرسية – فى كل أنشطتها – مناقشات وحوارات، ثم براهين «منطقية» واستنتاجات

«عقلانية» بمعنى استخلاص نتائج من مقدمات بصورة «بما أن... إذن...» وهو ما يسمى بالطرق الاستدلالية أو الاستنباطية.

تتعامل الرياضيات المدرسية أيضًا مع كيانات رياضية مثل المصفوفات والمتجهات، وحساب المثلثات... وتطبيقات لكل من المفاهيم الحسابية والجبرية والهندسية... وفى الصف الثانى عشر تضم الرياضيات المدرسية مادة «الميكانيكا» تحت مسمى «رياضيات تطبيقية». ومنذ البداية تهتم الرياضيات المدرسية بالبيانات والإحصاءات... والاحتمالات وتطبيقاتها المتنوعة.

وفى جميع الحالات، فإن جوهر الرياضيات المدرسية هو معارف وفكر ومهارات وأداءات عملية وعقلية، يصاحبها تأمل وتدبر ورغبة فى الإتقان والتذوق... ومن خلال كل الأنشطة «الرياضياتية» يمكن تنمية قيم أخلاقية وسلوكية بناءة... فالرياضيات ليست مادة محايدة، وليست مستقلة عن الإنسان فهى قريبة لأهداف البشر ومقاصدهم، وما يتطلعون

إليه وتدفعهم إلى العمل والإنجاز بأمانة ومصداقية... ودقة، دون خشية أو قلق.

ومن هنا يأتى اهتمام كل العالم وفى كل زمان ومكان بالدعوة إلى تعليم وتعلم الرياضيات... على سبيل المثال:

«ڤولميك» (Volmik) من جنوب أفريقيا يقول بأن الرياضيات تساعد المتعلم على أن يتمكن من اتخاذ قرارات صحيحة... ومن تجميع وتنظيم وقراءة البيانات وتحليلها وتفسير ما ينشر منها.

«بيورك وبرولين» (Brolyn) من السويد يؤكدان أهمية تعليم الرياضيات للتدرب على حل المشكلات، وتنمية القدرة على تكوين نماذج رياضية تمثل مواقف مختلفة... كما تنمى الأنواع المختلفة من التفكير.

لقد ساعدت الرياضيات، وسوف تظل تساعد الإنسان على الابتكار والذى بدوره نتج عنه أجهزة وآلات وآليات، غيرت تفكير الإنسان وطورت طرق حياته ومعيشته...

الرياضى «بيتر برجر» (Berger) يقول أن «الإنسان يرى نفسه فى الكومبيوتر».

«إير شينج» (Ching) من الصين يقول إن اقتصاديات عصر المعلومات واقتصاد السوق يتطلب تعليم الرياضيات... للجميع.

ومن هنا جاءت الصيحة العالمية: «الرياضيات للجميع» «Mathematics For All». وإن كنا نرى ألا يكون نفس المحتوى للجميع.

حُب الرياضيات، والرياضيات × الحب

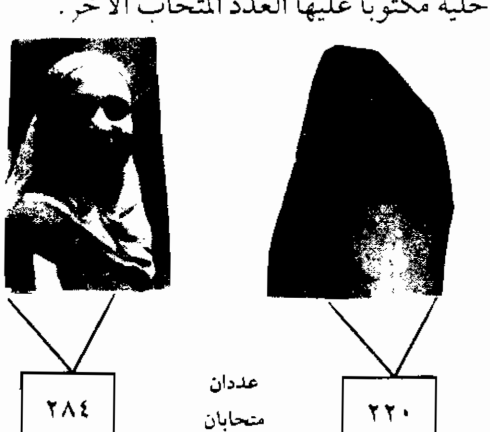
منذ قديم الزمن يُثمن معظم البشر الرياضيات ويوصون بضرورة تعلّمها. أفلاطون – مثلا – كتب على بيته «لا يدخل هذا الباب من لا يعرف الهندسة». الفيثاغورثيون، وبعدهم جمعيات عربية مثل جماعة «إخوان الصفا وخِلّان الوفا» كانوا يحبون الأعداد ويعتقدون أن لكل عدد صفة وخاصية. العدد (٦) مثلا كان ينظر إليه على أنه يمثل صفة الكمال. فهو عدد تام (Perfect Number)، والعدد التام هو الذى يساوى مجموع عوامله (ما عدا نفسه) فمثلا عوامل العدد ٦ هى ١ ، ٢ ، ٣ ، وفى نفس الوقت فإن ٦ = ١ + ٢ + ٣ . بعض المفسرين يرون أنه ربما لهذا السبب خلق الله العالم فى ستة أيام.

بعض «عشاق» الأعداد يسعدون ويتفاءلون إذا كان تاريخ ميلادهم يقع يوم (٢٨)، ذلك لأن (٢٨) أيضًا عــدد تام (٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤).

فى تصنيف الأعداد توجد أزواج من الأعداد يطلق عليها «الأعداد المتحابة»؛ حيث العددان المتحابان هما العددان اللذان يكون مجموع عوامل أحـدهما يسـاوى مجموع عوامل

العدد الآخـر، مثل العددين (٢٢٠)، (٢٨٤).

وكان إذا أراد شخصان أن يظهرا محبتهما لبعض، فإن أحدهما يلبس حلية مكتوبا عليها أحد العددين، ويلبس الآخر حلية مكتوبا عليها العدد المتحاب الآخر.

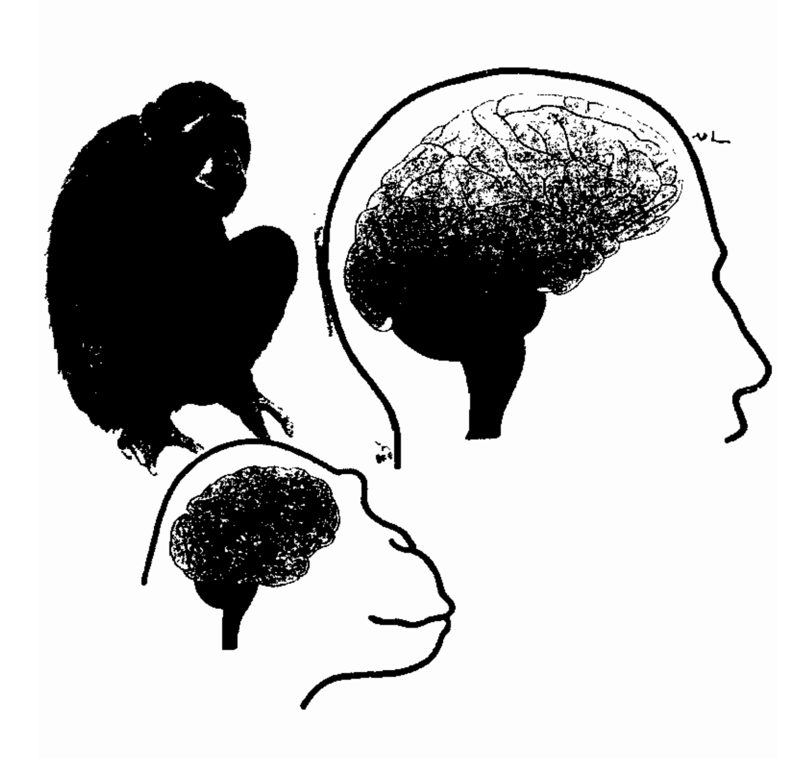
كثير مـن الأهـازيـج والأغنيـات الحقيقيـة ترى «الحب × الرياضيات» كما ترى «الرياضيات × الحب»... كما فى الأغنية الخفيفة التى تبدأ بـ... «واحد وواحد يبقوا اتنين.. والحب كلمة من حرفين»، وتلك التى تقول « ٥ × ٦ ثلاثين يوم»... أحلِف إنه ما غاب ولا يوم!!» وغير ذلك كثير.

نافذة (٤) كَبَّر مُخك

تقول مجلة (Scientific American) إن نهضة البشرية تتماشى مع نمو «عقولنا». وطبقا لعدد صادر حديثا يقول أستاذ من جامعة هارفارد أنه من حوالى ما بين (٢ مليون) عام و(٢٥٠ ألف) عام مضت، يُقَدَّر تمدد حجم «مخ» (Brain) الإنسان بقدر حجم ملعقة كل مائة عام. وأنه إذا أمكن بَسط مخ شخص معاصر على مستوى، فإنه يمكن أن يشغل مساحة أربع صفحات لأوراق عادية. فى المقابل، فإن سطح مخ قرد الشمبانزى يغطى مساحة سطح ورقة واحدة، وسطح مخ القرد العادى يغطى مساحة سطح بطاقة بريدية، وسطح مخ الفأر يغطى مساحة طابع بريد.

وتقول مصادر متخصصة فى تكوين جسم الإنسان إن المخ البشرى مكون من أكثر من (١٠ بلايين) خلية عصبية وأكثر من (٥٠ بليون) خلايا أخرى، وأن المخ يزن أقل من (١,٣) كيلو جرام.

وإذا كان الحب وحده لا يكفى في التدليل على أهمية الرياضيات، فالأمثلة التالية تدعم أهمية الرياضيات ونفعيتها:



أمثلة :

مثال (١) : مهارات فى التفكير التحليلى والعمل التعاونى فى حل مشكلات عامة :

عرض أحد الكتب التعليمية قصة بوليسية خيالية عن حادث سرقة فى أحد البنوك. قدم أحد المعلمين لصف عدد طلابه (٣١) طالبا المشكلة التالية للتعرف على السارق من خلال شراكة فى الحوار. القصة كانت كما يلى (مع تغيير فى الأسماء):

فى إحدى الليالى المظلمة الكئيبة، تعرض البنك القومى فى مدينة «شق الثعبان» لحادث سرقة فى أحد الأقطار الافتراضية، بعد التحقيقات المكثفة توصلت الشرطة إلى المعلومات التالية:

(١) أبلغت «توحيدة» إحدى موظفات البنك عن حادث السرقة.

(٢) تم اكتشاف السرقة الساعة التاسعة صباحًا يوم الجمعة الموافق (١٢) ديسمبر عند فتح البنك.

(٣) كان البنك قد أغلق أبوابه الساعة الرابعة من مساء الخميس (١١) ديسمبر.

(٤) تبين أن أقفال خزينة البنك جرى تحطيمها بواسطة متفجرات بلاستيكية .

(٥) لم يمكن العثور على مكان السيد «سمعان» مدير البنك وقت السرقة.

(٦) تمكنت السلطات من العثور على السيد «سمعان»، وهو فى مطار مدينة (ساحل الفضة) فى الساعة الواحدة بعد ظهر يوم الجمعة الموافق (١٢) ديسمبر.

(٧) عند القبض على السيد «سمعان»، أفاد بأنه سافر من مدينة «شق الثعبان» - مقر البنك - ليأخذ إجازة بعض الوقت بعيدًا عن زوجته.

(٨) كان السيد «سمعان» هو الشخص الوحيد الذى يحتفظ بمفتاح خزينة البنك.

(٩) أفاد «سمعان» أنه كان فى مطار «سميراميس» لمدة (١٢) ساعة، قبل أن يصل إلى مطار «ساحل الفضة».

(١٠) كان للسيد «سمعان» ابن عم يدعى «بهلول»، وكان حقودا على ابن عمه «سمعان».

(١١) اعتاد «بهلول» شرب الخمر فى ليالى الجُمَع.

(١٢) ظهر «بهلول» فى مدينة «نبتون» يوم الاثنين (١٥) ديسمبر، وفى حوزته كمية نقود كبيرة.

(١٣) لم يمكن العثور على السيدة «هانوش» زوجة «بهلول».

(١٤) تبين أن الشخص (أو الأشخاص)، الذين سرقوا خزينة البنك، فتحوا الباب الخارجى للبنك بمفتاح طبيعى.

(١٥) الشخصان الوحيدان اللذان يحتفظان بمفاتيح الباب الخارجى، هما: مدير البنك «سمعان» والحارس السيد «حسيب».

(١٦) لم تتمكن الشرطة من العثور على السيد «حسيب».

(١٧) تمكنت الشرطة أخيرًا من القبض على السيد «حسيب».




POLICE

(١٨) أفاد «حسيب» بأنه وصل إلى مدينة «سانجام» على الطائرة فى الساعة الرابعة، بعد ظهر الخميس (١١) ديسمبر.

(١٩) أكد موظفو شركة الطيران صحة موعد وصول السيد «حسيب» إلى مدينة «سانجام».

(٢٠) لم تكن هناك طائرات تغادر مدينة «سانجام»، بين الساعة الثالثة بعد الظهر والساعة التاسعة صباح اليوم التالى.

(٢١) كان للسيد «حسيب» أخ غنى.

(٢٢) أفادت الموظفة «توحيدة» أن السيد «حسيب» حاول التحرش بها فى البنك.

(٢٣) اعتادت الموظفة «توحيدة» أن تستعير مفتاح الباب الخارجى للبنك من المدير السيد «سمعان»؛ حتى تتمكن من الحضور إلى البنك مبكرة.

(٢٤) أفاد السيد المدير «سمعان» أن الموظفة «توحيدة»

استعارت منه مفتاح الباب الخارجى للبنك، قبل وقت إقفال البنك يوم الخميس (١١) ديسمبر.

(٢٥) أنكرت الموظفة «توحيدة» أنها استعارت مفتاح باب البنك من المدير «سمعان» فى ذلك اليوم.

(٢٦) تم اكتشاف سرقة بعض المتفجرات البلاستيكية من إحدى شركات البناء يوم الأربعاء (١٠) ديسمبر.

(٢٧) أبلغ العامل «حشكل» أحد العاملين بشركة البناء أنه شاهد الحارس السيد «حسيب»، يتسكع حول شركة البناء بعد ظهر الأربعاء (١٠) ديسمبر.

(٢٨) أفادت الموظفة «توحيدة» أنها شاهدت الحارس «حسيب» يتسكع حول مبنى البنك يوم الخميس (١١) ديسمبر.

(٢٩) أفادت الموظفة «توحيدة» أنها شاهدت الحارس «حسيب»، يغادر البنك الساعة الحادية عشرة من مساء الخميس (١١) ديسمبر، أثناء تواجدها بأحد المحلات الموجود بالشارع المقابل للبنك.

(٣٠) شهدت الموظفة «توحيدة» والعامل «حشكل» أنهما يعتقدان أن «حسيب» الحارس هو الذى سرق خزينة البنك.

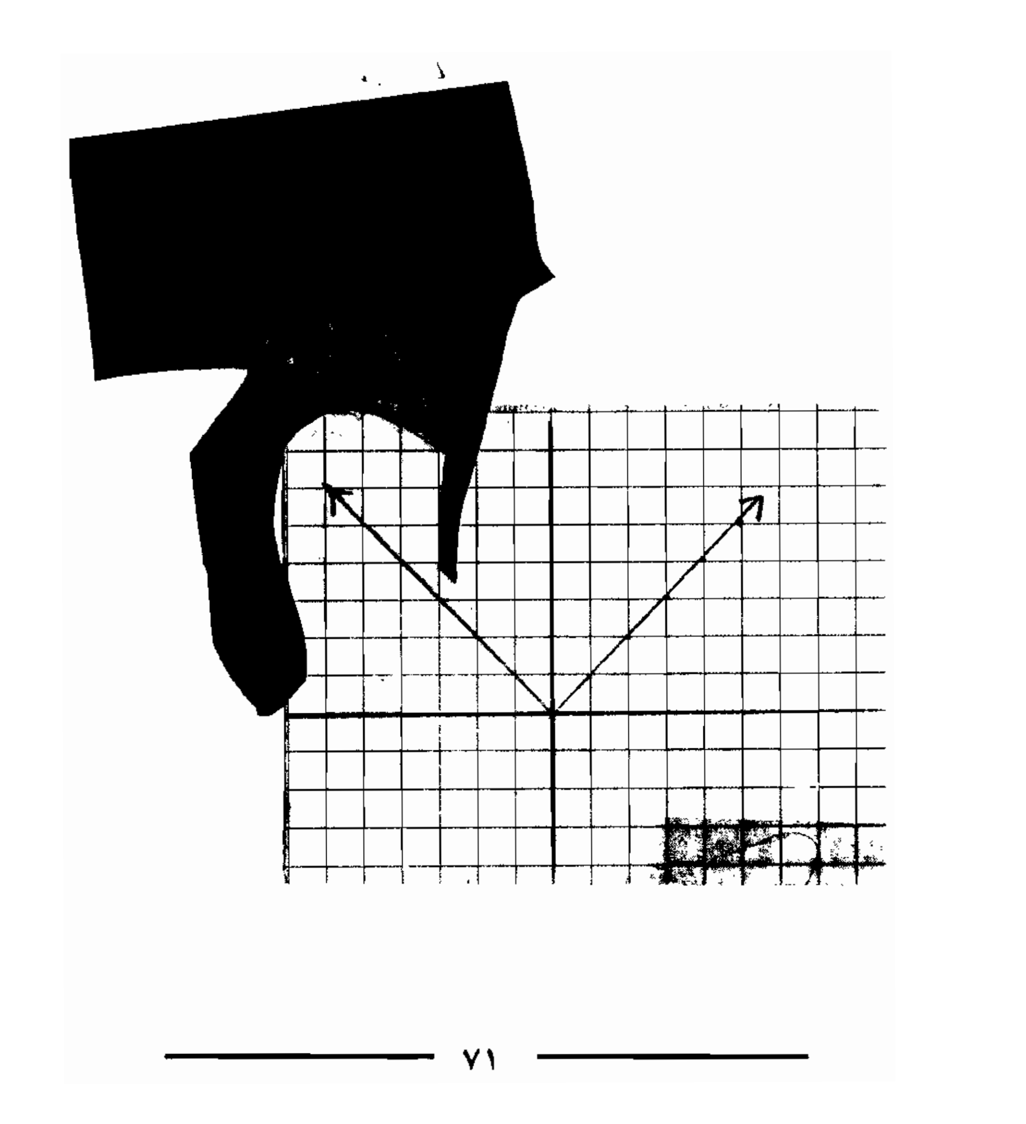
(٣١) تأكدت الشرطة من صحة قصة مدير البنك السيد «سمعان»، فيما يتعلق بسفرياته.

والآن: هل يمكن القارئ أو مجموعة من (٣١) شخصًا يحصل كل منهم على بيان واحد مما سبق اكتشاف السارق؟

الحل: الموظفة «توحيدة» وعامل شركة البناء «حشكل» هما اللذان سرقا خزينة البنك، بعد أن حاولا إلصاق التهمة بالحارس!!

مثال (٢): مهارات حل مشكلة رياضية افتراضية:

هربت إحدى الدوال الجبرية من كتاب رياضيات مدرسى. استطاع «رادار» مركز أمن المناهج والتقويم من على هضبة المقطم أن يسجل مواصفاتها على الشبكة «الإحداثية» للرادار، وهى هاربة خارج الحدود، فجاءت مواصفاتها كالآتى:



(١) مرت الدالة بنقطة الأصل.

(٢) كانت تتحرك محمولة على خطوط مستقيمة.

(٣) مرت بالنقطتين (٣ ، ٣)، (٥ ، ٥).

(٤) مرت بالنقطتين (-٤، ٤)، (-٥، ٥).

(٥) لم تمر بمحور الصادات إلا عند نقطة الأصل.

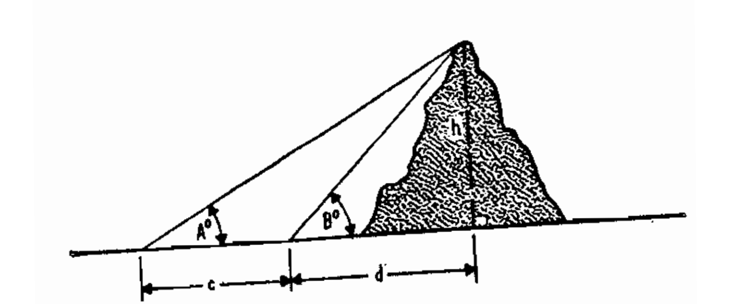
(٦) لم يكن لها أثر تحت محور السينات.

المطلوب: ساعد خبراء المركز فى التعرف على هذه الدالة وإعادتها إلى المركز ليتعرفوا على صورتها الجبرية.

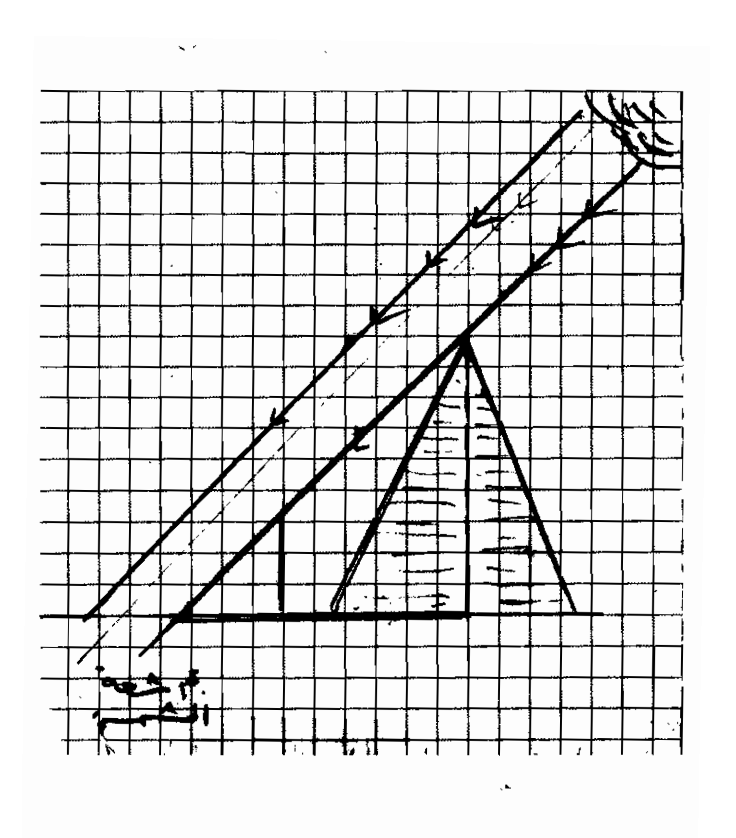
الحـــل: الدالة هى: ص = |س|

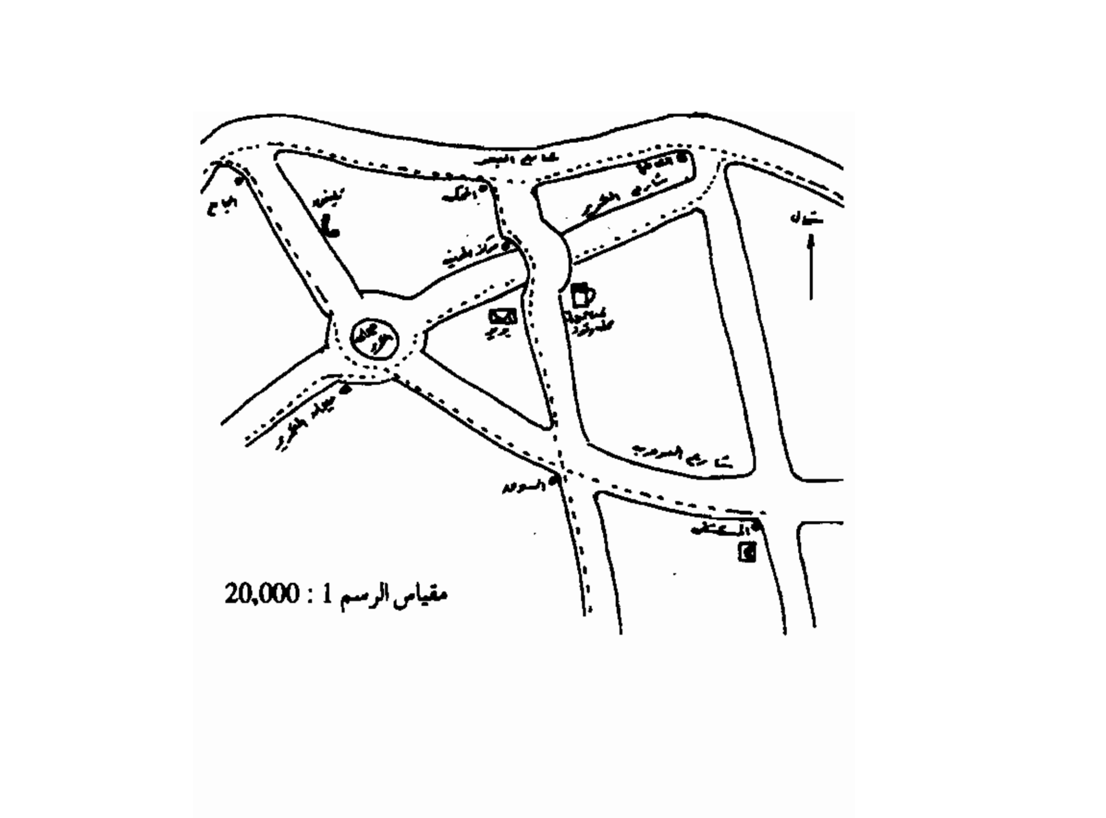
مثال (٣) : تفكير إبداعى منتج

يحكى أن أحد الملوك الفراعنة واسمه «أمازيس» دعا الرياضى «طاليس» ليوجد ارتفاع الهرم الأكبر... ولم تكن هناك أجهزة أو آلات أو طريقة لإيجاد ارتفاع الهرم مباشرة.



فكّر طاليس عدة مرات، ثم ذهب فجر أحد الأيام إلى موقع الهرم، وثبَّت عصا على الرمال، وبدأ يقيس ظل العصا ويقارنه بطول العصا نفسها... إلى أن جاء وقت وجد فيه أن طول ظل العصا يساوى الطول الحقيقى للعصا نفسها... فجرى وقاس طول ظل الهرم، وكان هو ارتفاع الهرم نفسه.

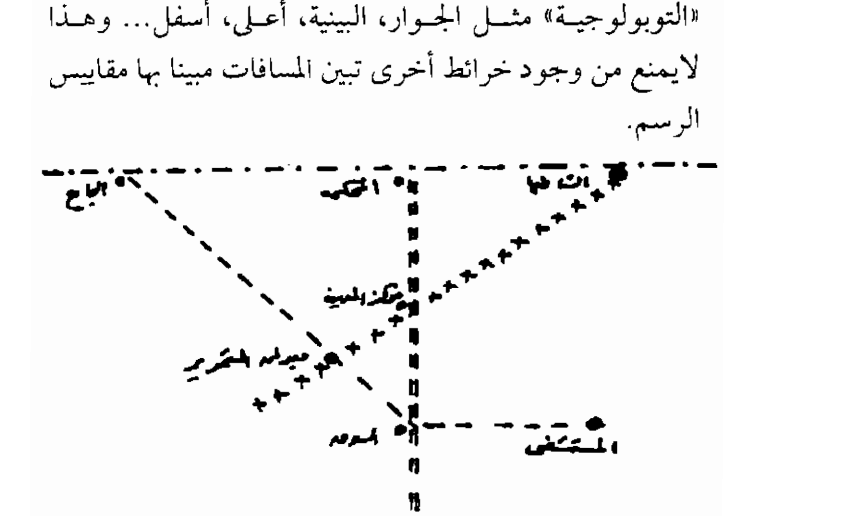

أشعة
الشمس


مقياس الرسم 1 : 20,000

مثال (٤) : الخريطة التوبولوجية

تهتم الخريطة التوبولوجية بخواص رياضية مثل المسارات بين المواقع المختلفة، والمواقع المتجاورة، والمواقع التى بين مواقع أخرى... ودون اعتبار للمسافات أو لاستقامة الطرق بين المواقع...

خرائط المدن، وخرائط خطوط ومسارات الطيران، ووسائل النقل فى المدن توضع بحيث تبين الخواص «التوبولوجية» مثل الجوار، البينية، أعلى، أسفل... وهذا لايمنع من وجود خرائط أخرى تبين المسافات مبينا بها مقاييس الرسم.



مثال (٥): طريقة مرحة لإيجاد وزن طفل

- كان وائل وزوجته منال وطفلتهما الصغيرة مريم يسيرون في أحد الشوارع التجارية. أمام إحدى الصيدليات حيث كان هناك ميزان كبير يصلح لقياس أوزان الأشخاص. حدث الآتي:
- وقفت الصغيرة مريم على «طبلية» الميزان ولكنها لم تستطع أن تقف ثابتة، فلم يمكن قراءة وزنها بسبب تأرجح مؤشر الميزان.
- نزلت مريم وحملها أبوها ووقف بها على الميزان، فجاءت قراءة الميزان (٨٥) كجم.
- نزلاً معًا، ثم حملت الأم ابنتها ووقفت بها على الميزان فجاءت قراءة الميزان (٧٥) كجم.
- نزلا معا، ثم حمل الزوج زوجته ووقف بها على الميزان فجاءت قراءة الميزان (١٥٠) كجم.

والمطلوب: حساب وزن كل من الثلاثة أشخاص.

الحل: مريم = ٥ كجم، الأب = ٨٠ كجم، الأم = ٧٠ كجم

تحقق من صحة الحل بأكثر من طريقة جبرية.

مثلاً: حل المعادلات الآنية التالية:

س + ع = ٨٥

ص + ع = ٧٥

س + ص = ١٥٠

مثال (٦) : تَحَدٍّ ذهنى

أوجد عددين مختلفين مجموعهما يساوى حاصل ضربهما

حَل بالتخمين... مع تفكير متعمق

لا يمكن أن يكون العددان صحيحين (طبيعيين) معًا؛ لأن حاصل ضرب عددين صحيحين يتضمن تكرار الجمع، إذن لنجرب عددًا صحيحًا وكسرًا.

لنبدأ:

(١، $\frac{١}{٢}$) لا تصلح (١ × $\frac{١}{٢}$ لا يساوى ١ + $\frac{١}{٢}$)

(٢، $\frac{١}{٢}$) لا تصلح (٢ × $\frac{١}{٢}$ = ١، ٢ + $\frac{١}{٢}$ = ٢$\frac{١}{٢}$)

(٣، ١$\frac{١}{٢}$) تصلح

(لأن ٣ + ١$\frac{١}{٢}$ = ٤$\frac{١}{٢}$ ، ٣ × ١$\frac{١}{٢}$ = ٤$\frac{١}{٢}$)

يبدو أن هناك نمطا

(٤ ، ١$\frac{١}{٣}$)، (٥ ، ١$\frac{١}{٤}$)، (٦ ، ١$\frac{١}{٥}$) ... صالحة

ماذا عن حل جبرى؟

ليكن العددان س ، ص

س + ص = س ص

س = س ص – ص

= ص (س – ١)

ص = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ١}$ س ≠ ١

بوضع قيم للمتغير س وإيجاد ما يقابلها للعدد ص نجد حلولا كثيرة (٢ ، ٢) تحقق المعادلة ولكن نريد عددين مختلفين، ومن ثم نجد لذلك حلولا مثل:

(٣، $١\frac{١}{٢}$) ، (٤، $١\frac{١}{٣}$)، ......

مثال (٧): إجابة صحيحة ولكن طريقة الوصول ليست صحيحة رياضيًا

طلبت المعلمة من التلميذة «مورا» اختزال الكسر $\frac{١٩}{٩٥}$.

بسرعة شديدة أجابت «مورا»: $\frac{١٩}{٩٥} = \frac{١}{٥}$

صفقت المعلمة للتلميذة لأن إجابتها صحيحة.

إلا أن المعلمة عندما سألت «مورا»: كيف حصلت على النتيجة أجابت «مورا»: ببساطة حذفت (٩) من البسط والمقام، وبقى $\frac{١}{٥}$:

$$\frac{١\cancel{٩}}{\cancel{٩}٥} = \frac{١}{٥}$$

حزنت المعلم، وقالت: حصلتِ على نتيجة صحيحة، ولكنك استخدمت تعليلاً خاطئًا؛ لأن الحذف فى البسط والمقام لا يكون إلا لعوامل مشتركة:

إن $\frac{١٩}{٩٥} = \frac{١}{٥}$ لأن ٩٥ ÷ ١٩ = ٥

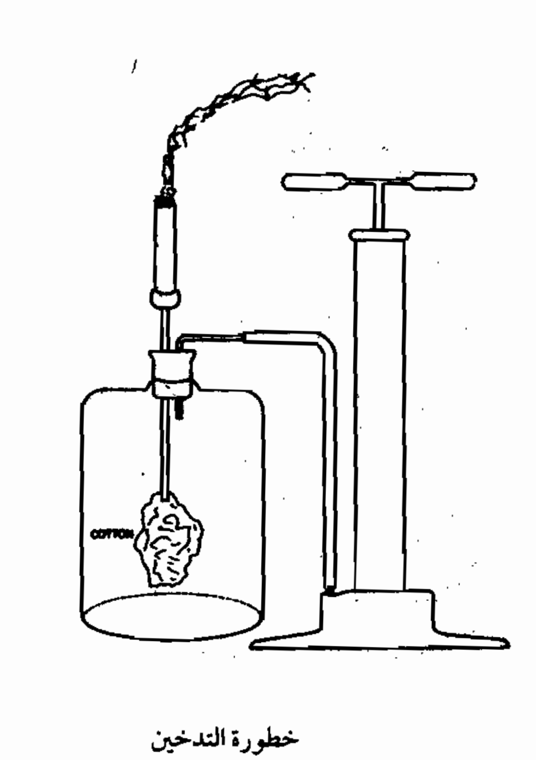
أى لأن $\frac{١٩}{٩٥} = \frac{١ \times ١٩}{٥ \times ١٩} = \frac{١}{٥}$

وإلا كان $\frac{١٨}{٨٥}$ ، $\frac{١٦}{٦٥}$ ، $\frac{١٥}{٥٥}$ ، $\frac{١١}{١٥}$

... تؤدى لنفس النتيجة $\frac{١}{٥}$

وهذا غير صحيح

احترس يا عزيزتى مورا...



خطورة التدخين

نشاط (١) : التدخين ضار بالصحة

ماذا يحدث داخل رئتى الشخص المدخن؟

بمعاونة معلمك والاشتراك مع بعض زملائك قم بالتجربة الآتية للتعرف على النتائج الخطيرة لاحتراق سيجارة:

- ضع سيجارة داخل زجاجة مغلقة
- ثم ضع قطعة قطن تستقبل نواتج احتراق السيجارة (قطعة القطن تمثل الرئتين)
- استخدم مضخة لسحب الدخان من السيجارة بعد إشعالها.
- احسب عدد «التنفسات» التى تستخدمها للتخلص من الدخان الذى بداخل الزجاجة (عدد مرات استخدام المضخة).
- يعطيك ذلك فكرة عن الوقت اللازم لتخلص الرئتين من الدخان، بعد تدخين سيجارة واحدة،

فما بالك بتدخين علبة سجائر كاملة؟

احترس من التدخين

بل احترس من التواجد فى مكان يدخن فيه آخرون

نشاط (٢) : ترشيد استخدام المياه

هناك حاجة لترشيد استهلاك المياه

تصور حياتك من دون توافر مياه جارية نظيفة، ليس فقط للأكل والشرب، بل للاستحمام.

دعنا نجرى تجربة لتقدير حجم الماء، الذى تستخدمه لأخذ حمام فى حوض استحمام أو من «**دُش**».

احسب حجم الماء الذى تستخدمه فى الحوض (اعتبر الحوض متوازى مستطيلات مفتوح:

الحجم = الطول × العرض × ارتفاع الماء)

فى حالة الدُّش:

استخدم آنية فارغة، معروفا حجمها لتجمع فيها المياه التى تنزل من الدش فى الدقيقة.

احسب عدد الدقائق التى تفتح فيها الدش لاستحمامك

الحجم = حجم الآنية × عدد الدقائق التى تستخدم فيها مياه الدش).

تصور أنك فى منطقة ليس بها مياه جارية، ومن ثم لا حوض ولا دش للاستحمام.

احسبْ كمية المياه «النظيفة» التى يمكنك الحصول عليها، عن طريق إحضارها من أقرب مكان، أو حتى بشرائها من العربات التى تبيع.

احسب الجهد والتكلفة والزمن الضائع.

*** حافظ على المياه الجارية النظيفة، واستخدمها بحكمة وعقلانية راجحة.**

نافذة (٥) ابتسم

سألت المعلمة التلميذ «كريم» السؤال التالى فى حصة «الفيزياء»:

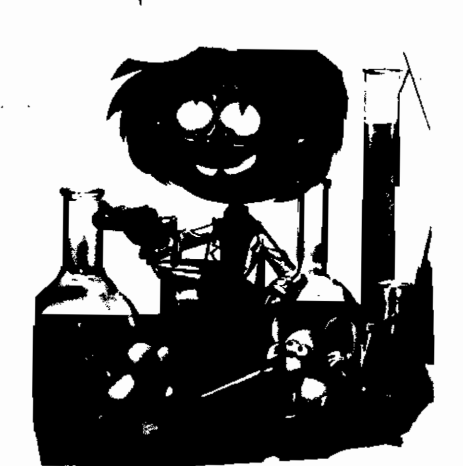
المعلمة: ما أثر الحرارة على المادة؟

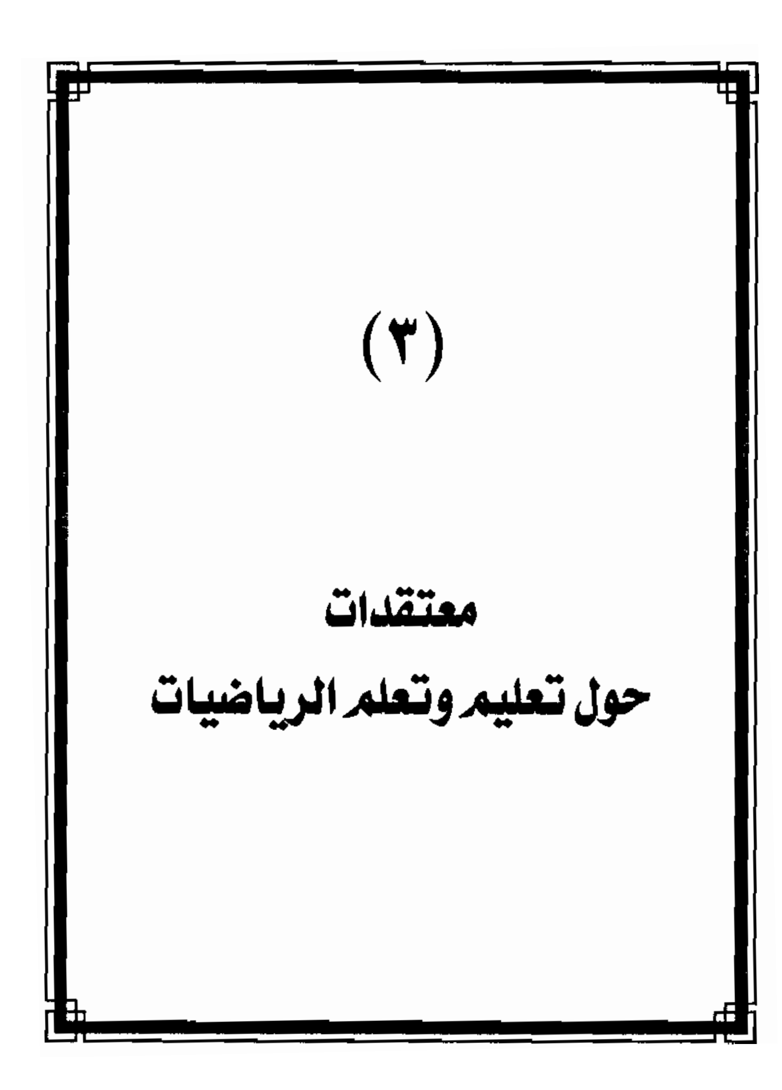
التلميذ كريم: المادة تتمدد بالحرارة وتنكمش بالبرودة.

المعلمة: حسنا يا كريم... أعطنى مثالا لذلك.

التلميذ كريم: اليوم طويل فى الصيف... وقصير فى الشتاء

* ما الخطأ فى المثال الذى أعطاه «كريم»؟

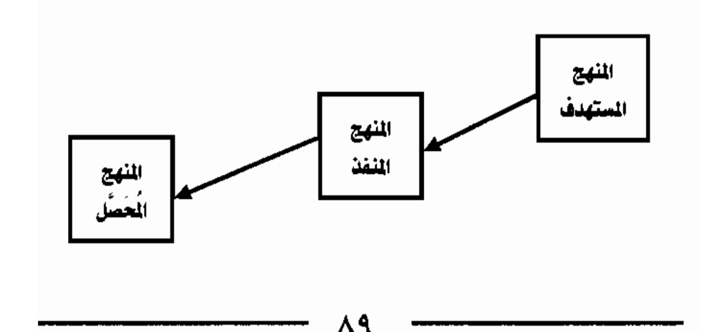




(٣)

معتقدات
حول تعليم وتعلم الرياضيات

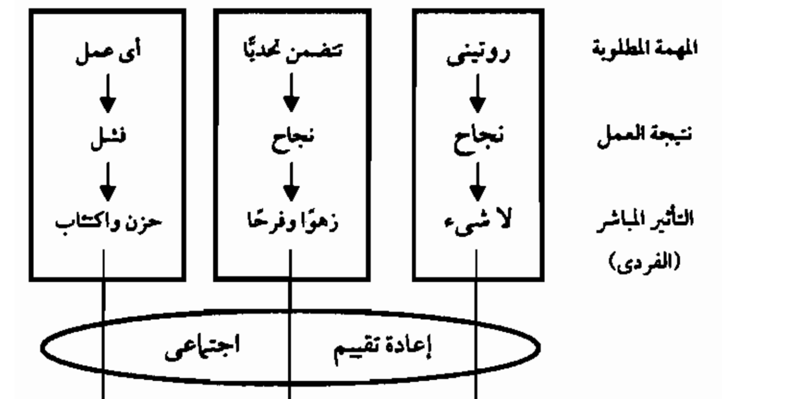
معتقدات الطالب والمعلم – وإلى حد كبير – ولى الأمر والمجتمع المحيط بالمدرسة عامل مهم فى تعليم وتعلم الرياضيات. أنها تمثل بُعْدًا خفيًّا فى الثقافة العامة للمجتمع وللأفراد. تُسْتَنتج المعتقدات كظواهر من ملاحظات مباشرة، ويتم الكشف عنها من خلال بحوث، تتضمن تحليل استبانات وسلوكيات واختبارات وملاحظات أثناء الانشغال بأعمال رياضية ومقابلات شخصية، وأمثلة شعبية صريحة ومجازية.. بل كذلك من تحليل محتوى مناهج الرياضيات من منظوراتها: المستهدفة والمنفذة داخل الكتاب المدرسى وداخل الصف خلال تدريسها) والمُحَصَّلة (من خلال تحصيل الطلاب الفعلى فى الامتحانات).



المشاعر والمعرفة يكونان معا المنظومة التى تؤثر فى معتقدات ووجدانيات التلاميذ المتعلمين تجاه الرياضيات. الباحث «هانولا» من جامعة هلسنكى (النمسا) توصل إلى ثلاثة مسارات فى هذا الصدد من تعلم الرياضيات، هى:

- تلاميذ يشعرون بالملل إذا كانت المهام المطلوبة بسيطة جدًّا.
- تلاميذ يشعرون بالقلق إذا كانت المهام صعبة جدًّا.
- تلاميذ يتغلبون على التحديات التى يواجهونها فى إنجاز مهمة رياضية، ويستمتعون بما يقومون به.

والمخطط التالى يوضح تلك المسارات:



ثلاث نتائج وجدانية لتحديات معرفية

(عن جورج فيليپو Phillippou)

يمكن أن نستنتج من ذلك أن العمل الذى يبدو صعبًا أو به تحدى، فإنه وإن تطلب جهدًا ومثابرة، والاستفادة من الخبرات السابقة – مع الثقة بالنفس وقوة الإرادة وعدم التوتر والقلق وعدم تضييع الوقت –، فإنه فى النهاية يؤدى إلى النجاح والشعور بالزهو وزيادة الثقة بالنفس.

عندما يشعر المتعلم بصعوبة فى الرياضيات أو عند «فشله» فى حل مسألة رياضية، عليه أن يسأل نفسه عن السبب فى الفشل:

- هل السبب أنه لم يذاكر جيدًا؟
- هل السبب أن المعلم لم يشرح موضوع السؤال شرحًا جيدًا؟
- هل لأنه يشعر بأنه ليس ذكيًا؟ أو أنه لا يمتلك قدرة رياضية؟
- هل أنه أخطأ فى أشياء بسيطة، لم يكن يتذكرها؟

إن الأشخاص الناجحين ينظرون إلى الفشل على أنه تجارب يتعلمون منها وتساعدهم على الاستمرار، فالفشل فى موقف ما ينبغى ألا يجعل الشخص ينكفئ أو يصيبه إحباط، فالفشل موقف عادى يتعرض له كل شخص.. وفى نفس الوقت، فإن الفشل كثيرًا ما يقوِّى العزيمة، ويدفع إلى مزيد من الاهتمام والدافعية الذاتية، حتى ولو كان يتحدى نفسه بإرادة قوية... إن كثيرًا من الأسباب الممكنة للفشل يمكن

التغلب عليها وقابلة للتغلب عليها... وعلى المعلم والأسرة أن تشجع الطالب ولاتزيد من إحباطاته... لأنها فى معظمها تكون أسبابا داخلية، يمكنه بإرادته أن يعدلها. بعض الأسباب تكون خارج إرادة المتعلم. وفى هذه الحالة ينبغى أن يعرِّفها لولى أمره ولمعلمه للتعاون فى التغلب عليها... تهيئة معاونة فردية - مؤقتة -، تهيئة جو أفضل للمذاكرة، المذاكرة مع أقران، توفير مصادر تعلم أفضل من الكتاب المدرسى المقرر، إعطاء اختبارات متدرجة... بحيث تكون الاختبارات الأولى «سهلة» بما يؤدى للنجاح، حتى يبنى التلميذ ثقته بنفسه، ثم يتدرج الأمر.

كذلك فى عملية تقويم التلميذ يكون تقويم التلميذ بالنسبة لنفسه وتفوقه فى اختبار ما عما حدث فى سابقه... ولا يكون التقويم للتلميذ بالنسبة لمتوسط الصف فقط.

هذا إلى أهمية أن يحرر التلميذ نفسه من بعض المعتقدات الخاطئة، والتى لا تقوم عليها أدلة علمية.

ومن أمثلة المعتقدات الخاطئة تمامًا الآتى:

(١) الأذكياء فقط هم القادرون على تعلم الرياضيات، وأن الذاكرة والقدرة صفات وراثية أو فطرية.

(٢) الرياضيات مادة جافة ومجردة تمامًا.

(٣) تعليم الرياضيات ليس له فائدة.

(٤) التخصص فى الرياضيات لا يؤهل فرصًا كثيرة فى سوق العمل.

(٥) الرياضيات يسهل نسيانها.

(٦) الرياضيات تحتاج إلى تذكر كثير من المعلومات والنظريات.

(٧) الحظ وحده هو سبب النجاح، ليس فقط فى الرياضيات، بل وفى كل المواقف الحياتية.

ويمكن أن توفر المدرسة والأسرة أمثلة مضادة لتلك المعتقدات «الخاطئة» عن طريق نماذج لنجاحات وحالات تفوق ومواقف لا تتفق مع تلك المعتقدات التى تكون فى معظم الحالات غطاءً لمن لا يريد أن يصلح نفسه بنفسه، أو

حتى بمعاونة تتدرج حتى تصل به إلى الشعور بإمكانية النجاح والتفوق باستقلالية وإرادة ذاتية.

ذلك إلى جانب معلم يعتقد أن كل طالب/ تلميذ قابل للتعلم والتفوق، وأنه (أى المعلم) يُعلِّم لكى ينجح كل طلابه وليس لينجح البعض ويفشل البعض - وإن كان قليلاً - وكما أن التعلم ينبغى أن يكون للجميع، فإن التميز - وعلى الأقل - يكون النجاح للجميع.

كذلك فإنه على الأسرة أن تثق فى قدرات أبنائها، وأن تحفزهم على الثقة بأنفسهم، وأن تمتنع عن لوم الابن/ الابنة فى حالة عدم النجاح أو عدم التفوق بالدرجة، التى يفقدون فيها الثقة بأنفسهم، بل أن تأخذ بيدهم وتشجعهم وتوفر لهم الظروف المناسبة والرعاية الكافية للمذاكرة . كما أنه ينبغى أن تترك الأم «الطفل» فى بداية تعلمه يعانى بعض الشىء فى حل واجباته المدرسية، وأن تساعده من خلال إرشادات وليس أن تحل الأم - أو الأب - كل الواجب لطفلها، وتقدمه له «جاهزا»... الكثير من الأطفال ليسوا جوعى علميًا، بل إنهم غير قادرين على الأكل... وعلى الأم أن تعلم طفلها كيف

يأكل... لا أن تأكل نيابة عنه، وأن تحوِّل خوفه من خوف سلبى يؤدى إلى انتكاس وانكفاء... إلى خوف إيجابى، يمثل دافعًا ودافعية للتغلب على ما يواجهه من صعوبات ومساعدته فى التغلب على تلك الصعوبات، داخلية كانت أو خارجية.

نافذة (٦) موسيقى موتسارت

يعتقد الكثيرون أن الاستماع إلى الموسيقى يحسِّن الأداء فى الرياضيات، ويروى «تونى بوزان» أن الطبيب النفسى «روشر» اكتشف أن الاستماع إلى موسيقى «موتسارت» «يُحسِّن الاستنتاج الرياضى»، وأيضًا أداء المهارات الحركية...، و«أن الأطفال الذين يتلقون دروسا فى الموسيقى، يتحسن أداؤهم فى اختبارات الذكاء».



المعلم الناجح والذى لا يؤمن بأسطورة أن القدرات ثابتة لا تتغير ولا تنمو، هو المعلم الذى يعلِّم من منطلق اعتقاده والتزامه بأن كل تلاميذه قادرون على النجاح، وأنه ينوع ويبتكر طرقًا، تساعد على أن ينجح كل تلاميذه وأن يستمروا فى دراسة الرياضيات دون وَجَل أو خوف.

جون ميتون (Mighton) فى كتابه عن أسطورة القدرات فى (الرياضيات) تحدث عن طريقة اسماها (Jump) فى تعليم الرياضيات، جاءت بنجاحات كثيرة مع العديد من الطلاب، الذين كانوا يعانون ضعفًا فى الرياضيات، وكرهًا فى تعلمها. من أمثلة ما عرضه «ميتون» حالة تلميذتين فى الصف السادس، لم تكن أي منهما تستطيع أن تجمع عددين كلا منهما مكونا من رقم واحد حتى باستخدام «أصابع اليدين».

بتحسين طريقة التدريس وبمعاونة مخلصة من المعلم استطاعت التلميذتان بعد بضعة شهور أن تظهرا تقدما كبيرًا حيث تمكنتا من جمع وضرب كسور بسيطة. إحداهما استطاعت أن تحل مسائل كلامية تتطلب؛ جمع كسور، فى

البداية بمعاونة من المعلم وبعد ذلك بمفردها. استطاعت التلميذة الأخرى- بتشجيع من المعلم - أن تحل مسائل تتضمن التعامل مع «النسبة»، دون تردد بعد أن كانت تخشى الفشل... لقد تولدت فجأة قدرات جديدة؛ نتيجة التشجيع والمران والنجاح المتدرج المتوالى.

كثير من التلاميذ يحدث عندهم تقدم «مفاجئ» فى القدرات بعد فترة كان يبدو فيها أن قدرات نفس هؤلاء التلاميذ قد وصلت إلى نهايتها... ثم يحدث تقدم بسيط آخر، تتولد عنه طفرة أخرى... وهكذا... خبرات العديد من المعلمين والآباء تؤكد لهم أن هناك طفرات لا خطية تحدث فى الذكاء، وفى القدرات... وهو ما ينبغى أن يدحض رؤى أصحاب المعتقدات السلبية، ومن يعتقدون أن تلميذا ما مخه «أبيض»، أو أنه يعمل فقط بنصف الكرة الأيمن من مخه الذى «لا ينشغل» بالرياضيات.

المخ البشرى، شأنه فى ذلك شأن كل المنظومات المعقدة معرض – فى ضوء نظرية «الفوضى» المعاصرة (التى تقول بأن تأثيرًا صغيرًا فى موقف ما، يمكن أن يحدث تأثيرًا كبيرًا غير متوقع) – معرض لتأثيرات غير خطية وغير نمطية.. كثيرون ممن مروا بخبرات، رأوا فيها حالات ضعف شديد فى نتائج امتحانات الرياضيات عند بعض التلاميذ، وتصوروا أن سبب ذلك هو ضعف «طبيعى» فى قدرات هؤلاء التلاميذ، اكتشفوا أن وراء ذلك الضعف فى نتائج الامتحانات كان

منهجا مهترئا أو معلما فاشلا أو بيئة طاردة... أو أسرة مفككة... أو معتقدات مُحبِطة، سواء للرياضيات أو بالنسبة لقيمة التعليم بصفة عامة...

الخبرة أيضًا تقول إنه مع معلم مجتهد وجاد ومتقن لمادته ومجدِّد فى أساليب تدريسه، فإن عوامل مثل ثقة التلميذ بنفسه وخطته واجتهاده إضافة إلى مشاعره بالوجد والولع للتعلم... لا تقل أهمية فى نجاح التلميذ عن حِدَّة وسرعة عقله فى تعلم الرياضيات والنجاح، بل والتفوق فيها.

إن الاعتقاد بأن هناك مَن يولدون وهم «مبرمجون» جينيًا بقدرات رياضية متميزة، أو بقدرات ثابتة غير قابلة للتنمية عن طريق التعليم والتعلم... هؤلاء سوف يتسامحون مع المناهج الفقيرة التى تُقَدَّم فى المدارس، ويتسامحون مع عدم توفير معلمين تربويين مؤهلين ومتقنين لمادتهم وطرائق تدريسهم وتنوع تفاعلاتهم مع الفروق الفردية بين تلاميذهم... ويفضلون «ترك الوضع على ما هو عليه» دون أية محاولات وتدخلات جادة للتحسين والتحديث والتطوير، غير مدركين أن فشل التلاميذ – بل تلميذ واحد – فى أن يتعلم هو فشل للمدرسة... بل وللمجتمع.

نافذة (٧) خبرات تراثية

من التراث العربى

قال عُتبة بن أبى سفيان لـ«مؤدب» ولده:

ليكن أول إصلاح لولدى إصلاح نفسك

فإن عيونهم معقودة بعينك

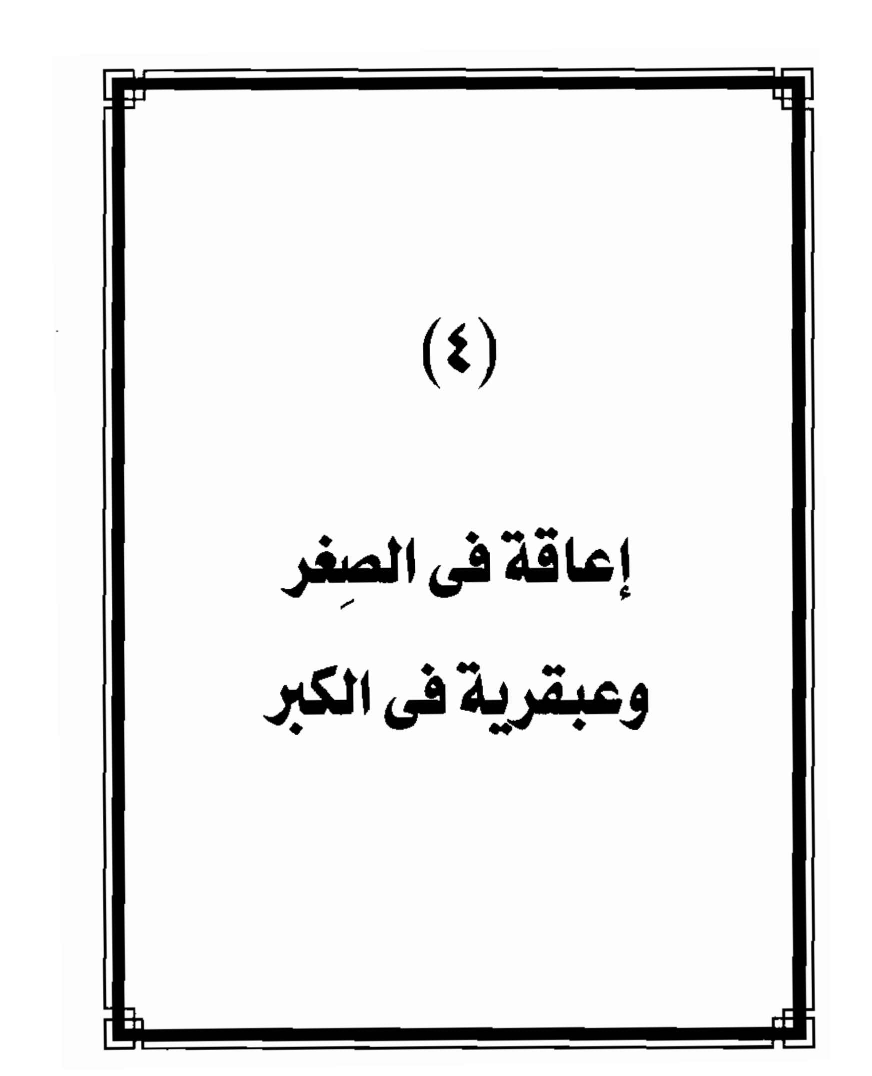
فالحسن عنده ما استحسنته والقبح ما استقبحته

لا تكرههم على علم فيملّوه ولا تدعهم فيهجروه

ولا تُخرجهم من علم إلى علم حتى يحكموه

فازدحام العلم فى السمع مضلّة للفهم...





(٤)

إعاقة فى الصِغر وعبقرية فى الكبر



أولئك الأطفال الذين يخشون الرياضيات، وأولئك الذين يشعرون بصعوبات لديهم فى تعلمها، والذين لديهم إحساس بضعف فى قدراتهم على التعامل مع لغتها وعملياتها وعلاقاتها... وأولئك المعلمون والآباء الذين يساورهم الخوف على أطفالهم من تعلّم الرياضيات، عليهم أن يقرأوا عن سير بعض العلماء وكيف كانت طفولتهم... سوف يعيد ذلك التفاؤل ويُبعد عنهم اليأس والقنوط والنظرة السلبية والتوقعات المتشائمة عن الأطفال بسبب ما قد يعانون من إعاقات أو صعوبات.

بعض العلماء والمشاهير فى مجالات سياسية واجتماعية كانوا يعانون من نوع أو آخر من الإعاقات أو الصعوبات... ولكنهم فى الكِبَر تولدت عندهم العبقرية، وأتوا بإبداعات فى علوم وفنون ونجاحات فائقة متنوعة. قد يتأخر ظهور القدرات المتوسطة والمبدعة عند بعض الأفراد فى طفولتهم وسنوات تمدرسهم الأولى، أو حتى ما بعد ذلك، ولكنها تأتى وتتأتى فى مراحل عمرية راشدة، متجاوزة الحالات التي كانوا

عليها فى مراحل عمرية سابقة. القراءة فى سير هؤلاء العلماء تنبؤنا بأنهم قد يختلفون فى سمات كثيرة، وقد يكونون نشأوا فى بيئات مختلفة من حيث الفقر والغنى ومن حيث الثقافة والظروف الاجتماعية... إلا أنهم يشتركون فى خاصية مهمة، هى الثقة بالنفس والإرادة القوية والإصرار والمثابرة، ووجود دافعية داخلية للإنجاز والتفوق.

القراءة فى حياة هؤلاء العلماء والمشاهير الذين قدموا للبشرية الكثير من العلم والحضارة والتقدم فى مجالات عديدة... تكشف أنهم كانوا يعانون فى طفولتهم صعوبات وإعاقات... وكما تحكي سيرهم فإن ما كانوا يعانونه من صعوبات فى التعلم أو حتي الإعاقة والعُسر فى «الحساب» أو «القراءة» أو «الكتابة» أو حتى التأخر فى الكلام أو الحركة... فإن ذلك لم يكن حائلاً دون وصولهم للنمو والتفوق فى مراحل تالية... ذلك أن الأمل والتفاؤل والإصرار والمثابرة، واكتشاف الذات... بل والتفوق على الذات، أقوى من الألم أو النكوص. كما وأن حدسهم يعمل معهم ومن أجلهم.. وأن «ضربات قلوبهم» تعزف طاقة ودافعية... وإنجازًا.

نماذج من علماء الرياضيات

(١) كاردان

ذلك الرياضى الذى أَلَّف واحدًا وعشرين كتابًا فى الرياضيات، ووضع قوانين عامة لحل معادلات الدرجتين الثالثة والرابعة.. وُلِدَ كاردان في قرية صغيرة، بالقرب من مدينة ميلانو بإيطاليا، ناقص النمو، وكانت تبدو عليه أعراض الموت أكثر من علامات الحياة. وقد تم إنعاشه فى حضَّانة دافئة. وفى خِضَم حياة عاتية ومجتمع كان يتكالب فيه الناس على لقمة العيش آنذاك، لم يكن والده قادرًا على إعاشة أسرته. كان الطفل «كاردان» ضعيفا، يعانى والدين عصبيين يجلدانه بالسوط لأقل خطأ يرتكبه... ولكنه فى سن الرشد استطاع أن يتعلم بعض قوانين الاحتمالات. ورغم تقلده لمهنة الطب ازداد ولعه بالرياضيات، فساهم فى نمو علم الجبر، وألف كتابا فى الاحتمالات، مشيرًا إلى أن هناك قوانين تحكم الصدفة... وأن الشخص يمكنه الكسب بمعرفة قوانين الصدفة، وليس بالغش والخِداع، ولا الاعتماد على الحفظ... وفى كتابه «الفن» العظيم، قدم الأعداد السالبة والأعداد

التخيلية، كان كاردان يعتقد أن الله راضٍ عنه، وأن هذا هو سبب نجاحه وشهرته.. بيد أنه كانت لديه نقطة ضعف، تتمثل فى الوسوسة والإحساس باضطهاد الآخرين له أو حقدهم عليه. وكان يقول إنه عندما يتحدث الناس عنه فإنه يشعر بطنين فى أذنيه... فإن كان الحديث خيرًا يأتى الطنين من أذنه اليمنى، وإن كان شرًا جاء الطنين من أذنه اليسرى.. ولكنه كان يعتقد أنه – فى جميع الحالات – هناك ملاك يحرسه.

(٢) جالوا

أثبت ذلك الرياضى الفرنسى أنه لا يوجد حل عام لمعادلات الدرجة الخامسة... وفى بحثه وضع أسس نظرية «الزُمرة» (Group). وُلد جالوا فى إحدى المدن الفرنسية من أسرة مثقفة فى سن الثانية عشر، التحق بمدرسة شهيرة فى باريس. ولكن كان لصرامة النظام الذى كان سائدًا فى تلك المدرسة، وجفاف المواد الدراسية بها أثر مباشر فى كراهية التلاميذ للمدرسة، وإدارتها؛ مما أدى إلى أن تعيش مشاعر تلاميذها فى حلقة مفرغة من الضغط والعنف، الممتزجين

بالكراهية والمرارة – ولعل ذلك كان انعكاسًا لأحوال المجتمع الفرنسى آنذاك.

تأثر جالوا – ابن الخامسة عشرة – بذلك المناخ العصيب؛ خاصة أنه لم يكن من اللامعين دراسيا، مما اضطر إدارة المدرسة إلى ترسيبه عامًا دراسيًّا. اختار بعد ذلك دراسة الرياضيات، وارتاح لدراسة الهندسة. بدأ يدرس كتب الرياضيات الأصيلة – وليس الكتب المدرسية.. إحدى المشكلات التى اجتذبته فى الجبر، هى مشكلة عدم وجود حل عام للمعادلات الجبرية من الدرجة الخامسة، وكان كاردان – كما أشرنا – قد توصل إلى إيجاد حل عام لمعادلات الدرجة الرابعة وقبلها الثالثة، كما كان الخوارزمى قد قدم حلا عامًا لمعادلات الدرجة الثانية – جبريًّا وهندسيًّا ... فى محاولات جالوا، قاده حدسه الرياضى إلى أن معادلات الدرجة الخامسة (ما بعدها) ليس لها حل عام، وأن هناك شروطًا لازمة لتوافر مثل هذا الحل لدرجات أخرى، وهى أن كل معادلة جبرية مرتبطة بزمرة (Group)، وأن فحص زمرة المعادلة يمكِّن من الحكم على إمكانية حلها جبريا.

لم يلحظ أحد من معلمى الرياضيات فى مدرسته الشهيرة تلك العبقرية الصاعدة، بل أساءوا فهمه وقالوا إنه شخصية يسيطر عليها الغرور، كما وأنه يهمل عمله داخل «الفصل» فى المدرسة... وأن قدراته لا تقود إلى شىء ذى أهمية... وقرروا ترسيبه عامًا آخر فى المدرسة الثانوية.

عند سن السابعة عشر، بدأ جالوا يكتب بحوثا عن قابلية المعادلات الجبرية للحل.. تقدم جالوا لمدرسة «البوليتكنيك»، إلا أنه وبسبب طريقة تعامله – أثناء اختبار القبول للمدرسة، رفضت المدرسة قبوله. التحق بمدرسة المعلمين العليا، ولكن أساتذة مدرسة المعلمين العليا كرهوه أيضًا، وقال بعضهم عنه إنه من الغريب أن تكون له (أى لجالوا) قدرات رياضية، وأنه يبدو قليل الذكاء، كما أنه يخبئ ذكاءه، كما وصفوه بالغطرسة، وأنه لا يسلك سلوك المثقف. تسبب ذلك فى تزايد كراهية الآخرين له؛ مما زاد كراهيته هو للآخرين.. كما زاده إحباطا وهروبا وانعزالا وانكفاء على الذات.

وبسبب عدم الاعتراف به وتثبيط معنوياته، اشتعل وجدانه بالسلبية، مما تسبب فى استبعاده مفصولاً من مدرسة

المعلمين العليا، فأنهى بذلك تعليمه فى سن التاسعة عشرة... بدأ «جالوا» يعطى دروسا خصوصية حيث بدأ وأمامه عددًا كبيرًا من التلاميذ، إلا أنه بعد وقت قليل انتهى الأمر بأربعة تلاميذ فقط، وكان ذلك كافيا لأن ينهى «جالوا» عمله كمعلم... عاش جالوا متمردا سياسيا فى فترة إرهاصات ومخاض الثورة الفرنسية... ولسوء حظ «الرياضيات»، توفى جالوا فى سن الحادية والعشرين بعد الاشتراك فى مبارزة حمقاء، يقال أنه قد دبرتها له فتاة... ادَّعت حبها له!!

(٣) ديكارت

ذلك الرياضى العظيم هو الذى عقد، فى عرس رياضى جميل، قرانا بين النقطة والعدد وبين الخطوط الهندسية والمعادلات الجبرية... الذى بدوره أنجب لنا الهندسة التحليلية/ الإحداثية، التى كان لإحداثياتها الكارتيزية (الديكارتية) الفضل فى ذلك «الرباط المقدس» بين الجبر والهندسة، بعد أن كانا متباعدين تمامًا، مما ساهم فى توضيح الكثير من المفاهيم الرياضية، وفى نشأة وتطوير علم الحُسْبان (التفاضل والتكامل)..

ولد ديكارت فى عائلة فرنسية رفيعة المستوى، توفيت والدته بعد بضعة أيام من ولادته... وكان طفلاً ضعيفًا ومريضًا تنبأ له الأطباء بالموت فى طفولته... ولكنه عاش طفلاً هادئًا.

فى سن العاشرة، أرسله أبوه إلى إحدى مدارس «الجزويت»؛ حيث بدأ يتنسم دراسة المنطق والأخلاق، ثم بدأ يدرس ذاتيا الجبر والهندسة. بعد ثمان سنوات من الدراسة المكثفة أعلن أن الشىء الوحيد الذى اكتشفه وأصبح متأكدا معه هو أنه «جاهل»... كان يشعر أنه غارق فى كثير من الشكوك والأخطاء، وأنه لم يكتشف أبعد من «أن اكتشف جهلى».

كان ديكارت يعتقد أن «الرياضيات» وحدها هى الشىء المؤكد... وأن ما يهمه هو فهم ذاته، وفهم العالم بمنطق العقل والتفكير، وكان يرى أن أعظم برهان يدلل به على وجوده أنه يفكر... ومن هنا جاءت مقولته الشهيرة «أنا أفكر إذن أنا موجود». امتدت شهرة ديكارت، وأصبح له تلاميذ وأتباع كثيرون رياضيًّا وفلسفيًّا. تلقى دعوات كثيرة، ملكية

وأميرية... دعته ملكة السويد – آنذاك – ليبنى لها أكاديمية علمية يكون مديرا لها، وطلبت منه أن يقوم بتعليمها ويُقيم معها حوارات فلسفية وعلمية، كانت تحدث فى حجرة باردة تبدأ من الخامسة صباحًا... وكان ديكارت صاحب جسد نحيل، كما كان مهذبًا لا يشتكى من البرودة والتعب مفضلا العلم على الراحة... حتى توفى.

كانت كلماته الأخيرة: «أيتها الروح لقد ظلَّلت أسيرة لمدة طويلة، ولقد جاءت الساعة التى تنطلقين فيها من سجنك الطويل، وأن تنفكى من عِقال هذا الجسد ومعاناته.. انطلقى بكل البهجة والشجاعة...».

(٤) آينشتاين

ذلك هو الرياضى والفيزيائى، الذى عمت شهرته العالم كله – إنه مبتكر النظرية النسبية، ومكتشف العلاقة بين الطاقة والكتلة وسرعة الضوء، والتى على أساسها جرى صناعة تفجير القوة النووية الجبارة.. إنه العالِم الذى أنصت العالَم كله لعبقريته.

يعتقد الكثير ممن بحثوا فى سيرة وحياة ألبرت آينشتاين أنه كان يعانى عُسْرًا فى القراءة (Dyslaxia).. كما أكد بعض من كتبوا عنه بطء نموه المبكر، وأنه كان يعانى صعوبات فى دراسة اللغات الأجنبية... وكان أبواه يفكران بأن صغيرهم «ألبرت» كان بليدًا؛ فقد كانت حياته المدرسية المبكرة غير متسقة، إذ كان يقول عن نفسه إنه كتلميذ لم يكن جيدًا ولا رديئًا.. كانت نقاط ضعفه تكمن فى ذاكرة ضعيفة خاصة فى الكلمات والنصوص... ويروى أن أحد معلميه قال له: «أبدًا لن تكون شيئًا يُذكر».. قالت أخته عنه – فى مذكراتها – أن النمو الطبيعى لأخيها كان يسير ببطء وأنه كان يعانى صعوبات فى اللغة بالدرجة، التى كان الذين من حوله يخشون أنه لن يتعلم الكلام أبدًا ، فقد كان يكرر لنفسه كل ما يتفوه به محركا شفتيه. وظل كذلك حتى سن السابعة..». كان يتفادى الألعاب العنيفة أو الصاخبة، ويفضل الألعاب الناعمة الهادئة.. كما كان يبدو عليه عدم التنظيم.

كان تعلمه فى البداية منزليًّا، ولكنه كان انفعاليًّا يثور على معلمته المنزلية، إلا أن اهتماماته بالموسيقى جاءت مبكرة.

لم تكـن القـدرات الرياضـية لآينشتاين الصـغير موضع تقدير معلميه، ولا كانت واضحة فى الدرجات التي كان يحصل عليها فى الاختبارات المدرسية... كانت مشكلاته تكمن فى التسرع فى الإجابة عن الأسئلة، وأن استجاباته كانت انعكاسية لا تأتى بعد وقت من التفكير.

دخل آينشتاين المدرسة فى سن السابعة، وكان يخضع للضرب على الأصابع - ذلك النوع من العقاب الذى كان سائدًا آنذاك، أثناء تعلمه الرياضيات وغيرها من المواد المدرسية، ولم يلاحظ معلموه أن عنده استعدادات أو قدرات رياضية. لم يكن يستجيب بسرعة لأسئلة المعلمين، بل كان يحتاج وقتا لكى يجيب أو يستجيب.. لذلك لم يكن يُعتبر جيدا فى الحساب، من حيث السرعة والدقة. كذلك كان يجد صعوبة فى حل المسائل اللفظية، كما كان يخطئ فى إجراء العمليات الحسابية. وطبقًا لما كتبته عنه أخته لم يكن «آينشتاين» جيدًا فى تعامله مع الأجزاء السهلة من الرياضيات.. ولكنه فى مراحل نموه الأعلى، كان يستطيع معالجة الأعمال الرياضية الصعبة وبحذق، رغم استمرار ضعفه فى إجراء العمليات الحسابية البسيطة.

لا شك أن كثيرًا من المعلمين – حتى الآن – يقيسون القدرة الحسابية بسرعة التلاميذ ودقتهم فى إجراء العمليات الحسابية، وفى سرعة الاستجابة لأسئلتهم والحصول على درجات مرتفعة فى الاختبارات، ويعتبرون ذلك مؤشرات مبكرة للاستعداد الرياضى... ويكون همهم – أى المعلمون – الأكبر هو أن يحل التلميذ أكبر عدد من الأسئلة والتمارين فى زمن معين محدد، حتى وإن كان ذلك بطرق منحرفة أو ملتوية... مثل تلك المؤشرات تُحدِث آثارًا عكسية لأنها تجعل الكثيرين يخشون الرياضيات، ويعزفون عن دراستها أو اختيارها إذا ما كان الاختيار وعدم الاختيار مسموحًا به. إن تلك الطرق العقابية والضاغطة نفسيًا فى التعليم وفى الاختبارات، ليست صالحة للتعرف على القدرات الرياضية الكامنة والمتواجدة تحت ما يبدو من صعوبات سطحية... ففى حالة آينشتاين، فإنه حتى فى المراحل الأولى من بناء النظرية الخاصة فى النسبية، كانت هناك شواهد على استمرار وجود بعض الصعوبات لديه فى إجراء عمليات حسابية بسيطة.

تذكر بعض المراجع أن آينشتاين كتب إلى خطيبته فى أحد المرات يقول: «أنا أعمل حاليًا بجدية فى «كهروديناميكا» لأجسام متحركة، وهو بحث أعتبره بحثًا واعدًا... وأكتب إليك فى أننى أشك فى صحة أفكاري عن الحركة النسبية، ولكن شكوكى تستند فقط إلى إمكانية أن أكون قد وقعت فى أخطاء فى العمليات الرياضية البسيطة».

وقد كتب أحد الرياضيين المشهورين معبرًا عن إعجابه بأعمال آينشتاين، وأنه يعتقد أن إنجازات آينشتاين جاءت من مصدر آخر، أكثر من كونها جاءت من خلال مهاراته الرياضية... وأن أى «طفل» فى شوارع المدينة يفهم أكثر من «آينشتاين» عن الهندسة ذات الأربعة أبعاد.

ويرى «توماس وسِت» فى كتابه «عيون العقل» (The Mind's Eye) أنه من الخطأ الاعتماد كلية على المعالجات الشكلية، أو القوانين المجردة فى تعليم وتعلم الرياضيات.

ولعله من الطريف أن بعض المراجع تقول بأن أحد معلمى آينشتاين – عندما كان فى سن الخامسة عشر – عَبَّر عن

رغبته فى أن يترك (أى آينشتاين) المدرسة. وعندما رَدَّ آينشتاين بأنه لم يفعل شيئًا خطأ يستحق ذلك، أجاب المعلم بأن «وجودك فى المدرسة يفسد علىَّ احترام تلاميذ الصف لى».
ترك آينشتاين المدرسة محتجا على الطرق الآلية والغبية، التى تُستخدم فى المدرسة فقد كان آينشتاين يستشعر المعلومات والبيانات التى تؤدى إلى الأساسيات، وأنه يُلقى بعيدًا كل ما هو غير ذلك من الأشياء، التى تشوّش العقل وتبعده عن الأساسيات.

من الواضح من مسيرة آينشتاين المدرسية والجامعية أنها كانت مزيجا من الفشل فى الامتحانات والتفوق المعترف به... من القضايا المرفوضة والأداءات العبقرية... من العزوف والهروب من المناهج التقليدية والإنجازات رفيعة المستوى.

وبمرور الزمن أحدث آينشتاين ثورة فى الفيزياء، وأصبح معلمًا لكل أساتذته، جاعلًا من المحاضرات التى لم يكن يحضرها عِلْما قديما أو «آيلا للسقوط»، ومن الكتب التى لم يدرسها مادة مهجورة... وكما يقول «وِست»: «لقد كان آينشتاين بطيئًا في الكلام... ولكن مع الزمن... أنصت العالم كله لما يقول».

إن حالة آينشتاين وغيره من العلماء تقدم لنا مثلاً لإمكانية تخطى الصعوبات، التى قد يجدها بعض المتعلمين فى بداية تمدرسهم... ذلك أن طاقاتهم الكامنة لم تكن قد ظهرت بعد... فلماذا يخاف أحد من الرياضيات؟

نماذج فى مجالات أخرى:

(١) الفنان: ليوناردا فينشى

ليونار دى فينشى هو ذلك الفنان العظيم، صاحب لوحات الفن الشهيرة مثل لوحة «الموناليزا» أو «الـچـيوكاندا»، وصاحب نظرية الهلاليات، التى تربط بين مساحات أشكال هلالية مرسومة على أضلاع المثلث القائم الزاوية.. كان دافنشى أيسر اليد، وكان يجد صعوبة فى ترجمة صوره الذهنية إلى كلمات أو أعداد أو قوانين... كان يعانى ضعفًا فى قدرته على الكتابة وفى هجاء الكلمات؛ حيث كان يكتب حروف الكلمات بحسب منطوق الكلمة وليس بحسب دلالاتها ومرجعياتها المعجمية. كذلك كانت «هجاءاته (للكلمات) غير متسقة، وكثيرًا ما وصفت بأن بها إضافات وخلط ومزج

وإحلال حروف محل أخرى. شخّص بعض علماء اللغة ذلك الخلط وعدم الاتساق على أنه يمثل إعاقة فى إدراك دلالات ومعانى الكلمات...

ورغم تلك الإعاقات تحول «دافنشى» إلى عبقرية فذة، اشتغل وساهم فى تطوير أعمال رياضية وفلكية وهندسية ميكانيكية، كما اشتغل فى التشريح المقارن والفسيولوجى والعلوم البيولوجية.

إحدى لوحات دافنشى كانت رسماً لرجل عجوز - يقول محررو كتب مجلتى (Time ، Life) الأمريكيتين أنها ربما كانت صورة ذاتية له.

وضع دافنشى على الرسم مربعًا مقسمًا إلي مستطيلات، بعضها يتفق بعداه مع النسبة الذهبية تقريبًا (١ : ٦ , ١)..

لقد كان دافنشى فنانًا عظيمًا، لم تحل إعاقاته دون أن يكون مبدعًا وموسوعيًّا.

(٢) السياسى: ونستون تشرشل

تشرشل رئيس وزراء بريطانيا (العظمى) فى أصعب أوقاتها، وأحد قيادات الحلفاء فى الحرب العالمية الثانية، والذى كان لقيادته والعمل المضنى «بالعرق والدم» أثر كبير فى انتصار الحلفاء على محور هتلر وموسولينى.

فى طفولته كان «ونستون» يعانى صعوبات فى التعلم.. كان فشله فى المدرسة يعزى إلى عناده وتصلبه فى الرأى... كان ترتيبه فى المدرسة – وفى ضوء نتائجه فى الاختبارات فى المواد الدراسية – هو الأخير... وكان ذلك شيئًا معروفا عنه فى مدرسته، التى كانت تقع فى إحدى ضواحى لندن. كان من تقاليد تلك المدرسة أن يخرج التلاميذ فى «طابور» مصطفين بحسب ترتيبهم التحصيلى فى الدراسة، من الأعلى إلى الأدنى... وكان الناس يرونه دوما فى ذيل الطابور ليدرك كل من يرى الطابور أن «ونستون تشرشل» هو دوما فى «قاع» الصف.

قال عنه ناظر مدرسته إنه كثير النسيان، مُبذِّر، يستحق

الضرب بالعصا، وقيل عنه إنه لم يكن يتقن الحساب ويظهر اشمئزازًا من المصطلحات العلمية.

لم تَحُل صعوبات وإعاقات تشرشل فى مرحلة تمدرسه من أن يكون بعد ذلك سياسيًّا عظيمًا وخطيبًا مفوّها... وأن يمتلك فى مرحلة شبابه وحياته التالية رؤى ثاقبة وقدرات تخطيطية ناجحة... وأن يتحول إلى عبقرية سياسية وقيادية، ساعدت على تخفيف ويلات الحرب على بلاده، بل ساهمت بدرجة كبيرة فى انتصار الحلفاء وكسب الحرب العالمية الثانية... بطاقات كانت كامنة... وانطلقت إبداعًا وإنجازًا وحققت انتصارًا.

ماذا تقول لنا النماذج السابقة؟

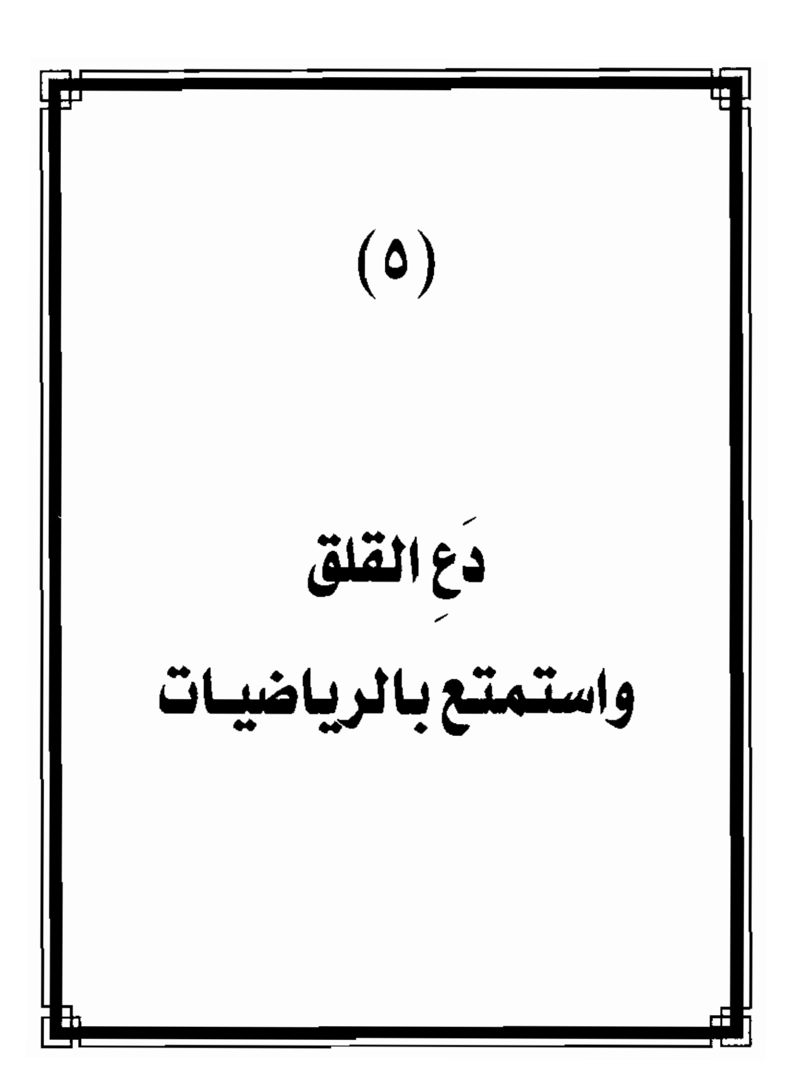
إن كل ما سبق تقديمه من نماذج وعبقريات، كانت تعانى صعوبات فى طفولتها، ثم حققت بعد ذلك نجاحات عظيمة وإبداعات أتت بابتكارات غير مسبوقة ولكنها لم تخاف ولم تهرب بل ثابرت وأصرت... حتى أبدعت وأنجزت.. يدعونا ذلك إلى عدم الخشية وعدم الخوف من بعض صعوبات قد

تواجه أطفالا... وأن يُبعد عن الأطفال والآباء والأمهات اليأس أو القنوط، عندما يواجه بعض الأطفال صعوبات فى تعلم الرياضيات (أو غيرها)، أو قد يكون لديهم نوع من الإعاقات. إنه مع محاولة علاج تلك الصعوبات أو الإعاقات، فإنه فى معظم الحالات يكون هؤلاء الأطفال متأخرين فقط فى النمو، أو يمتلكون طاقات كامنة تؤخر انطلاقها... أو يمتلكون ذكاوات فى مجالات غير المجالات التى يواجهون بها صعوبة.. وأن على الآباء والأمهات والمعلمين أن يعينوا أطفالهم وتلاميذهم على اكتشاف وتسريع طاقاتهم الكامنة، وأن يقدموا ما يمكن أن يتفق مع الذكاوات التى يمتلكونها، وأن يدعموا القدرات التى تتطلبها نوعية الدراسة بمناهج مناسبة وقبل كل شىء، أن يزيلوا التوتر والخوف من نفسيات أطفالهم وأن يقدموا لهم الأمن والأمان، ويشعرونهم بالثقة وإمكانية النجاح بل والتفوق فى الرياضيات أو غيرها.

نافذة (٨) : آينشتاين برئ من القنبلة الذرية



على الرغم من أن آينشتاين هو الذى اكتشف وابتكر قانون توليد الطاقة الرهيبة بالعلاقة: (الطاقة = الكتلة × مربع سرعة الضوء)، فإن العلماء استطاعوا – فى ضوء هذه العلاقة – تفتيت ذرات مشعة يمكن أن تحدث تفجيرات نووية مروعة، بسبب سلسلة «رد الفعل».. وعندما عَلِم آينشتاين بوجود مشروع أطلقه رئيس الولايات المتحدة آنذاك (روزفلت) لإنتاج قنابل ذرية، قال آينشتاين إنه لم يفكر بذلك، وإنه أصيب بصدمة لأنه يكره الحرب... وقد حاول آينشتاين مع علماء آخرين تحذير «روزفلت» من خطورة تفعيل مشروعه... وعندما سمع آينشتاين بأخبار القنبلة الذرية التى ضربت مدينة هيروشيما باليابان، يقال إنه وضع رأسه بين كفيه، وقال: «لو كنت أعلم أن ذلك سيحدث لتركت العلم واشتغلت «صانع ساعات»!!



(٥)

دَعِ القلق واستمتع بالرياضيات



القلق.. الخوف.. الإحباط

القلق: حالة نفسية تصيب الشخص حالة عدم ثقته أو اطمئنانه لمواقف أو أحداث يتوقعها أو يواجهها. يصاحب ذلك توتر وانشغال «البال»... واضطرابات عصبية.

من أمثلة ذلك الشعور بالانزعاج والاضطراب قبل الامتحانات أو فى انتظار نتائجها أو حتى أثناء أدائها... وبصفة عامة فالقلق يؤثر فى عمليات العقل المرتبطة بالتركيز والانتباه والقدرة على الإنجاز.

والقلق «الرياضياتى» أو القلق من الرياضيات هو توتر عصبى يصيب المتعلم نتيجة دراسة الرياضيات أو الخوف من دراستها أو الامتحانات فيها. وقد يكون سبب ذلك «معتقداته» عن الرياضيات، أو معتقدات أسرته أو أصدقاء له، أو نتيجة خبرات سيئة له فى مواقف دراسية أو امتحانية تعرض لها ولم يتحقق له فيها الأمان النفسى أو النجاح... وربما يكون صاحبها لوم أو تأنيب جسدى أو نفسى من معلم أو أم أو أب... أو سخرية من زملاء!!

الخوف: حالة من دوام التفكير مصاحبة بالإحساس بالهَم تتراوح بين الشعور بالاضطراب والاستياء وبين الذُّعر الشديد. فى طفولته المبكرة يكون خوف الطفل نتيجة أحداث ملموسة يتعرض لها، فى بيئته.. وقد يأتى الخوف عند الطفل نتيجة مخاطر يتوقعها، أو من تهديدات يتعرض لها فى الأسرة، أو من «الشارع» «بالقرب من المنزل» أو من أطفال كبار. عندما ينمو عنده الإحساس بالسلوك التنافسى، ويكون واعيا بأدائه مُقارنًا بأقرانه، أو كما هو «مفروض» عليه من الكبار، فإن الطفل قد يخشى الفشل أو «الإهانة»... أو «الإساءة» البدنية أو النفسية... كثير من مخاوف الطفولة تستمر فى مرحلة الرشد وما بعده. الخوف من الرياضيات يعود إلى صعوبة يجدها المتعلم فى فهم ما يقدم له من مفاهيم وتمرينات، قد يجدها «مجردة» أو لا تهمه أو يشعر أنها لا قيمة لها، أو قد يعود إلى معلم لم يشجعه، أو صوّر له الأمر بأنه ليس فى حدود إمكاناته العقلية أو التحصيلية... أو لعله يشعر أن دراسته للرياضيات سوف تكلِّفه أو تكلف أسرته مبالغ كبيرة فى دروس «خصوصية» لا طائل لهم بها... مما يجعل «المتعلم» يقع تحت ضغوط نفسية أو أسرية...

أسباب نقص الاهتمام والدافعية لتعلم الرياضيات عند البعض:

من مسح ومراجعة العديد من الدراسات لبحث أسباب القلق والخوف من الرياضيات، ومن ثم العزوف عن تعلمها، تبينت الأسباب التالية:

- الإحساس بأنها صعبة ويسهل نسيان نظرياتها وقوانينها.
- عدم الوعى بتطبيقاتها المباشرة فى حياة المتعلم.
- الخوف من أن دراستها لا تؤدى إلى وظيفة مستقبلية.
- وجود فرص لدراسات أسهل.
- عدم الارتياح للكتب المدرسية والمصادر المتاحة لفهمها.
- الرياضيات لا تشبع دراستها من يدرسونها وتُفرض عليهم فرضا.
- عدم الاتساق بين موضوعات الرياضيات المدرسية.
- كثافة المعلومات والمعارف وازدحامها فى المقررات.
- شعور المتعلم بالاغتراب عن المصطلحات الرياضية، وعن مضامين الموضوعات التى تُدرس.

- عدم تواؤم قدرات بعض الطلاب مع مستوى التجديد فى الرياضيات.
- الشعور بأن بعض الإحصاءات – إذا ما تم إدراكها – غير صحيحة.
- عدم أُلفة أولياء أمور التلاميذ بالرياضيات وأهميتها.
- عدم ملاءمة المناهج مع أهداف (ومعايير) تعليمها.
- التغير المستمر فى المناهج وعدم استقرارها... وسوء تخطيطها.
- تعميم تدريس المناهج بدون تجريبها وتعديلها.
- عدم قدرة بعض المعلمين على شرح الرياضيات وتبسيطها.
- عدم «إشباع» ما يقدم من الرياضيات للمستويات المختلفة من المتعلمين.
- عدم رضا معظم المعلمين عن مهنتهم التدريسية.
- كثرة حالات الرسوب فى امتحانات الرياضيات أكثر من غيرها فى المواد الدراسية الأخرى.

- حاجة مذاكرة الرياضيات إلى «وقت» كبير على حساب المواد الأخرى.. وعلى حساب وقت «للترويح».

إن الخوف والقلق من تعلُّم الرياضيات ينبغى ألا يؤدى إلى الإحباط والعزوف عن تعلّمها، بل يتطلب الاقتراب منها و«التصالح» معها... يكون ذلك من خلال معلم واعٍ ويمتلك مهارات وكفايات القدرات التدريسية، وبيئة آمنةً ممتعة للدراسة... وطرق تربوية لعلاج الصعوبات التى يكون التلميذ متخوفًا منها... ويدعم ذلك تشجيع الأسرة ودعمها وإشعار الابن والابنة بأنهما قادران ويمتلكان القدرة والإرادة للنجاح... كما أن الابن/ الابنه قد يحتاج إلى إرشاد نفسى ينزع القلق والخوف ويحولها إلى عوامل وقوى إيجابية داعمة لدراسة الرياضيات... بل حُب الرياضيات والاستمرار فى دراستها... مع اكتساب – بطريقة صادقة – رؤى حقيقية لأهمية الرياضيات فى كل المواد الدراسية اللاحقة، سواء أكانت فنية أم أدبية أم علمية أو مهنية.

نحن نتعلم من الفشل:

يقول تشارلز كترينج (Kettering) المهندس، الذى ابتكر التحرك الذاتى للسيارة (Self starter) والذى كان قد اكتشف العديد من الابتكارات فى حياته: «من الوقت الذى يبدأ فيه طفل رياض الأطفال إلى وقت تخرجه من الجامعة سوف يخضع للامتحانات ثلاث أو أربع مرات كل عام. وإذا رسب فى أحد الامتحانات، فإنه قد يتعرض للطرد. الآن قد يحدث أن يفشل المُبْتكِر (٩٩٩) مرة ولكنه إذا نجح مرة واحدة فإنه قد يكون وصل إلى مبتغاه... المُبْتكِر يعامل مرات فشله مثل ممارسة التدريب على الرماية». مؤسس IBM – توماس واطسن – يكرر النصيحة السابقة بقوله: «أن تصل إلى النجاح عليك أن تضاعف معدلات فشلك»... لينوس باولينج (Pauling) الحائز على جائزة نوبل مرتين، قال: «الطريقة للإتيان بأفكار جيدة هو أن تفكر فى العديد من الأفكار العظيمة ثم تتخلص من تلك الأفكار غير الصالحة».

يتطلب النجاح: أن تكون على وعيٍ تام بما تريد، وأن تكون إيجابيًّا، وبطبيعة الحال أن تفكر وتحلل أفكارك وتستبعد

المتشائمة منها، وأن تراجع طريقة عملك، وأن تكون لديك الشجاعة فى التغيير والتنقيح حتى تصل إلى الأفكار التى تصل بك إلى النجاح.. مُغَلِبًا طموحك وثقتك فى نفسك على التردد والقلق والخوف... وموظفًا ما قد تشعر به من قلق أو توتر أو خوف لعوامل دافعة لتحقيق النجاح، وكما يحدث عند الكثيرين من الفنانين والمطربين، وهم يؤدون بنجاح فائق أداءاتهم على خشبة المسرح ينعمون بتصفيق الجماهير.. بعد أن بدأوا والقلق كان يساورهم أو ربما يراوح مشاعرهم.

نافذة (٩) : من مذكرات أستاذ رياضيات :

عند التحاقى (طالبا) للتخصص بقسم الرياضيات... دخل علينا أحد الأساتذة فى أول محاضرة، وقال لنا: «لقد اخترتم بأنفسكم هذا التخصص... أود أن أقول لكم أننى بكيت فى حياتى مرتين، مرة عندما توفى لى أحد الأقارب الأعزاء... ومرة عندما حصل طالب عندى على تقدير امتياز فى نهاية العام..!!».

صُدِمتُ فى أول الأمر، وفكرت فى الانسحاب من ذلك المقرر.. أو التخصص إذا لزم الأمر... ولكنى تماسكت وجاءنى شعور «بالتحدى» فذهبت إليه وقلت له – وبداخلى نوع من القلق -:

«أستاذى... لا تزعل منى.. أنا أنوى أن أجعلك تبكى مرة ثالثة...». ضحك الأستاذ وربت على كتفى، وقال: «لقد أردتُ تحفيزكم وخلق دافعية عندكم،... لن أبكى إذا حصلتَ على تقدير امتياز... ولكننى سأفرح جدًّا... وعليك أن تجتهد حتى تجعلنى أفرح هذه المرة...».

وفعلا تفوقتُ فى الرياضيات حتى عُيِّنت أستاذا لها...

ماذا عن اختبارات الذكاء؟

فى أوائل القرن العشرين طلبت الحكومة الفرنسية السيكولوجى «ألبرت بينيه» (Binet) ليضع اختبار ذكاء، يمكن بواسطته التعرف على الأطفال المتأخرين، الذين يحتاجون إلى «تربية خاصة». وقد كان ذلك عملية صعبة... كان على «بينيه» فى أول الأمر أن يعرِّف الذكاء، ثم أن يجد طريقة لأن «يمسك» بالذكاء بواسطة أجزاء صغيرة متمثلة فى أسئلة الاختبار. عرَّف «بينيه» الذكاء بأنه يعنى «إصدار أحكام وإلا اعتبر حِسًا جيدًا» اختبارات بينيه حاولت قياس كيف يستطيع الأطفال إدارة حياتهم اليومية، من خلال سؤالهم للتعرف على صور لأشياء عادية عامة، قراءة الوقت، التعامل بالأعداد. اختبارات «بينيه» بُنيت على الافتراض بأن هناك مستوى متوسطًا للكفاءة العقلية يمكن قياسها عند كل سن معينة. ومن ثم جرَّب أسئلة مختلفة واحتفظ فى الاختبارات النهائية بتلك الأسئلة، التى استطاع غالبية الأطفال عند سن معين – فى العينة التى طبق عليها الاختبارات – الإجابة عنها بطريقة صحيحة... من ذلك أنشأ معيار «العمر العقلى»

للاختبار، بينما أطلق على العمر الحقيقى للطفل مصطلح «العمر الزمنى»... لإيجاد معامل الذكاء، أو ما يرمز له بالرمز IQ (Intelligent Quotient)، والذى يقاس بخارج قسمة العمر العقلى للطفل على عمره الزمنى. فمثلاً طفل السن العاشرة «كريم» الذى عمره العقلى (١١) سنة يكون معامل ذكائه (١,١)... فى مرحلة تالية عبَّر السيكولوجيون عن معامل الذكاء بمضاعفته × ١٠٠ ؛ أى إن معامل ذكاء طفلنا كريم هو (١١٠)، واضعين فى الاعتبار أن الرقم (١٠٠) يمثل متوسط معامل الذكاء للطفل فى أى سن.

عندما يصل الشخص إلى سن الرشد، يبدأ «العمر الزمنى» فى أن يتجاوز بكثير «الأعمار العقلية» ما تقاس باختبارات «بينيه». لذلك تم مراجعة الاختبار وطريقة تحديد علاماته. وصمم السيكولوجيون اختبارات ذكاء، مستخدمين إحصاءات وأشكالًا بيانية لتحديد «علامات ذكاء» للكبار.

وبينما كانت اختبارات الذكاء مفيدة فى إيجاد معيار موضوعى لقياس قدرات معينة، إلا أنه لابد من القول – وكما أشرنا سابقًا – أن مثل تلك الاختبارات لا يمكنها التنبؤ بالدقة

المؤكدة بمستقبل أداءات الشخص. إن معامل الذكاء لشخص يمكن أن يتغير مع تقدم ثقافة وتعلم نفس الشخص.

تتعدد حاليًا أنواع الاختبارات، فهناك اختبارات تحصيلية تقيس «التمكن» من مواد دراسية معينة، مثل الاختبارات التحصيلية فى الرياضيات، وهناك اختبارات الاستعداد (Aptitude) التى تقيس قدرات كامنة عند الطالب، واستعداده لاكتساب معارف ومهارات فى مجال معين. أكثر الاختبارات شهرة فى هذا المجال اختبارات الاستعداد الدراسى والمعروفة باسم SAT وهو اختصار للـ(Scholastic Aptitude Test). هذه الاختبارات تقيس قدرات رياضية ولفظية وفهمًا قرائيًّا... هناك أيضًا اختبارات للاستعداد المهنى(Vocational) بقصد قياس الميل لمهن مختلفة.

يعيدنا الحديث عن الاختبارات إلى «قضية» قلق الاختبار... وكما أشرنا سابقًا فإن بعض التلاميذ الطلاب يعانون «قلق الاختبار خشية الرسوب أو يصنفون على أنهم «ضعاف» أو «بطيئو التعلم»... وللتغلب على ذلك فإننا ننصح بأن يتدرب «المتعلمون» فى كل مراحل تعليمهم على التعود على أخذ اختبارات، واعتبارها شيئًا عاديًا وأحد «الطقوس» وشعيرة من

«شعائر» الحياة المدرسية، وأنها خبرة لابد أن يمر بها المتعلم. وقد يقابلها أثناء تقدمه للتوظيف فى سوق العمل.

من المهم أن يدرك «المتعلم» أن الاختبارات يمكن تكرار أخذها... وأن يدرك تمامًا أنه لا يوجد اختبار يمكنه أن يقيس تمامًا قدراتهم أو رغبتهم فى التعلم... ومن الأهم أكثر أن يدرك المعلمون ومسئولو تقويم أداء المتعلمين ذلك التحفظ على الاختبارات وأن يجعلوا نتائج الاختبارات «إرشادية» ولا تؤدى بعض نتائجها السلبية إلى «فرمانات» حاسمة ضد طموحات التلاميذ وتطلعاتهم... كما لا تكون عاملاً فى الخوف من تعلم... الرياضيات أو غيرها من المواد الدراسية... بل أيضًا هناك أهمية لوجود اختبارات **تشخيصية** للتعرف على **الصعوبات**، عند بعض الطلاب **وعلاجها**.

نماذج من أسئلة واختبارات فى الرياضيات:

(١) أوجد أكبر عدد من الحلول بأعداد صحيحة موجبة للمعادلة:

$$\text{١} = \frac{\text{س}}{\text{٢}} + \frac{\text{ص}}{\text{٦}} + \frac{\text{ع}}{\text{١٨}}$$

مثلا (١، ٣، ٠)، (٢، ٠، ٠)، (١، ٢، ٣)...

(٢) أوجد مجموعة الحل للمعادلة

$$\frac{س}{س-٢} = \frac{٢}{س-٢}$$

الحل : س = ϕ

(٣) المسافة التقريبية ف بالقدم، التى يقطعها جسم أسقط من ارتفاع يمكن الحصول عليها من القانون: ف = ١٦ $ن^٢$

بعد (٨) ثوانٍ من السقوط يكون الجسم قد سقط:

(أ) ١٥٣٨٤ قدمًا، (ب) ١٠٢٤ قدمًا،

(جـ) ٢٥٦ قدمًا، (د) ٢٠٤٨ قدمًا،

(هـ) لا شيء مما سبق.

(٤) واحد من الآتى لا يمكن أن يكون مربعًا كاملاً (حِل بمجرد النظر)

(أ) ١٥١٢٩، (ب) ١٥٣٧٦،

(جـ) ١٦٩٤٢، (د) ٦٢٥٠٠

الحل: [١٦٩٤٢ لأنه لا يوجد مربع كامل يكون رقم آحاده (٢)]

دور معلم الرياضيات فى إزالة أو تقليل القلق والخوف من الرياضيات:

للمعلم دور أساسى وحاكم فى جذب المتعلمين - صغارًا أو كبارًا - لتعلم الرياضيات.. كما وأنه - كما ذكرت بعض الدراسات قد يكون المعلم من أسباب المشاعر السلبية لبعض الطلاب نحو الرياضيات.. ومن ثم فإن هناك أهمية لأن يمارس المعلم تميزا فى أساليب تعليمه للرياضيات.

تتمثل معايير التميز فى تعليم الرياضيات بما يجعلها مادة جاذبة، ومع الاستفادة بالعديد من الأدبيات فى دول ومؤسسات تعليمية مختلفة، فى الآتى:

- أن يكون المعلم متمكنا من الموضوعات التى يقوم بتدريسها وارتباطها بما قبلها وما بعدها... مع إدراك عام عن الرياضيات كعلم وكمادة تدريسية، تساهم فى النمو المتكامل للمتعلم.
- يؤدى الشرح والأداء فى الفصل بدقة مع الثقة فى سلامة وصحة أدائه.. ويعمل كمُنشِّط أو مولد همة لمن يجد بين تلاميذه من يعمل بطاقة منخفضة أو فاترة.

- يربط بين الرياضيات وما يدرسه الطالب من مواد دراسية أخرى، كما يربط بين الرياضيات ومواقف حياتية ومجتمعية معاصرة يدركها الطلاب.

- يتواصل بلغة رياضية صحيحة ومناسبة لمستوى تلاميذه وطلابه، ويتدرب على طرق التدريس المختلفة، ويطلع على الكتب التربوية المتخصصة فى ذلك، وعلى التجارب الناجحة فى هذا الشأن.

- يشرح ويستخدم وسائط تعليمية جاذبة وجدانيا وعلميا... وحِسِّيًا.

- يحترم آراء تلاميذه/ طلابه ويتفاعل معهم بإيجابية، ويجد طرقًا تشجعهم على التفاعل والحوار دون خشية من الخطأ أو من عواقب سيئة إذا أخطأوا، ويشجع استقلاليتهم ومبادراتهم... وأسئلتهم... وإجاباتهم.

- يقدم أنشطة تعليمية متنوعة تناسب المستويات المختلفة من موهوبين ومتوسطى التحصيل وبطيئ التعلم... ومن هم يشعرون أنهم فى مواقف حرجة أو خطيرة بالنسبة لتعلم الرياضيات.

- يخصص أوقاتًا مكتبية للإرشاد والمعالجات الفردية أو لمجموعات صغيرة «نوعية»، ويعلن مواعيدها لتلاميذه.

- يوفر للمتعلمين مصادر تعلم متنوعة، ويشجعهم على «البحث» بأنفسهم في مصادر ورقية وإلكترونية.. وعلى التعلم الذاتي من تلك المصادر، ويعمل على أن يبنى التلميذ خبراته بنفسه، ويؤمن بأن التعليم ليس عملية إناء ملئ يفيض على أو يصب في إناء فارغ.

- يُطلع التلاميذ وأولياء أمورهم على مستويات المتعلمين ونوعيات الصعوبات التي يواجهها البعض.. وخاصة الحالات الحرجة، ويتعاون مع الأسر في العمل على التغلب على تلك الصعوبات.

- يُشعِر التلاميذ الذين يعانون صعابا أنهم يمكنهم النجاح، ويقدم لهم امتحانات تبدأ بمستويات سهلة، تشعرهم بإمكانية النجاح والتقدم.

- يستخدم أساليب تقوية متنوعة تتضمن اختبارات شفوية، يمكن أن يتعرف منها مواطن الضعف إن وجدت.

- يستمع إلى أولياء الأمور عن أحوال أبنائهم، ومدى تطور قدراتهم فى التعلم.
- يكوِّن جمعيات نشاط رياضية تتضمن مسابقات وألعابًا ومجلات حائط ورحلات علمية وندوات ثقافية عن تطور الرياضيات وفائدتها، والقيم الأخلاقية التى يمكن أن تنميها.
- يكون مبتسما ويخلق بيئة تعلم مريحة وآمنة، يشعر فيها المتعلم بالأمان والمساواة والموضوعية والانتماء.

والآن: ما دورك عزيزى الطالب؟

إن نجاحك فى الرياضيات يتوقف بالدرجة الأولى عليك... الانتظام فى المدرسة، الإيجابية داخل الفصل، التفاعل المثمر مع المعلم ومع الأقران، قراءة الدرس فى الكتاب المدرسى قبل عرض المعلم له فى الحصة، تعلَّم كيف تتعلم، استمع بتركيز، اسأل المعلم واسأل زملاءك، وتعاطف مع ماتسمعه.. اكتشف قدراتك وثق بنفسك.



يقـول «فرانسيس بيكـون» أحـد رواد عصـر النهضة، والمهتمين بأهمية أن تكون العلوم تجريبية، وأن يكون تعليم الرياضيات وتعلمها مكونًا أساسيًّا فى التعليم بصفة عامة... يقول: «إذا كان عقل الإنسان فى تيه (تُوهان) فليدرس علم الرياضيات».

يتطلب تعلم الرياضيات أن تدرب «عقلك» على العادات التالية:

- الإصرار:

حدِّد هدفك، فهم نظرية، حل مسألة...، تمسك بهدفك، ضعه بين عينيك، لا تستسلم بسهولة عندما تواجه صعوبة أو عائقًا، تعوَّد المثابرة.. بمرونة.

- **فكرِّ فيما تفكر فيه:**

كـن واعـيا بما تفكـر فيـه... وبمشاعـرك وانفعالاتك وتأثيرات ذلك على إنتاجيتك، بل وعلى الآخرين.

- **فكِّر وتواصل:**

ليكن ذلك بدقة ووضوح، وَلِّد أفكارا جديدة وناقشها مع آخرين.

- **ابتكر ونَمِّ خيالك**

حاول حل المسائل بأكثر من طريقة، وحبذا لو كانت بطرق غير مسبوقة، قُم بمخاطرات محسوبة فى إعطاء أفكار وحلول جديدة، فكر قبل التنفيذ، وطوِّر طرق تفكيرك.

- استفد من خبراتك ومعلوماتك السابقة.
- تعلم جمع البيانات وقراءاتها وتفسيرها، مستخدمًا كل حواسك وخبراتك.
- لا تُصَب بالإحباط إذا الأمور سارت بطرق لا ترضاها، عاود العمل بعد فترة استرخاء.. وفكر من جديد.. وتحقق... وكن منفتحًا لأفكار جديدة... ولا تخجل من أن تستشير معلمًا أو زميلاً... حاول السيطرة على انفعالاتك... ولا تتسرع فى اتخاذ قرارات... خاصةً إذا كانت سلبية.
- قاوم الحلول الصفرية للمواقف الصعبة بمعنى لا تستسلم ولا تنسحب.

- كوِّن لعقلك «خريطة ذهنية» تحدد فيها: «أين أنت، وإلى أين أنت ذاهب» والمسارات التى يمكن أن تصل بها... كذلك الحال فى حالات حل مشكلات أو براهين علاقات ونظريات: ضع خريطة للمعطيات وللمطلوب إثباته أو الوصول إليه، والخطوات المنطقية أو العملية وتسلسلاتها الخطية أو غير الخطية، التى تراها خريطة طريق للحل...
- كن مَرِّحًا: ابتسم دومًا، اضحك للمواقف التى تراها مزعجة، تبادل المرح والفكاهات البريئة...

كيف تنجح فى الامتحان وتحافظ على... إنسانيتك؟

على العكس مما يعتقده كثير من الطلاب، فإن الامتحانات لم توضع لتكون مصيدة للأخطاء أو للترسيب أو «الغربلة» لمن يعرف ومن لا يعرف. ولكن يقصد بها أن توفر للطلاب فرصًا لعرض معارفهم وإبراز مهاراتهم التحليلية ومرونتهم العقلية فى تناول القضايا والمسائل، التي تثار فى الأوراق الامتحانية. لذلك فإنه مع مواظبة التلميذ/ الطالب

على حضور دروسه فى المدرسة وإكمال واجباته المنزلية، فإنه لا يصبح لديه قلق أو تخوف من الاختبارات والامتحانات.. يتطلب النجاح بل والتفوق إعدادًا ذكيًا قبل الامتحانات وأداءً فاعلاً أثناء التفاعل مع الورقة الامتحانية:

(١) الإعداد للامتحان:

- الاستعداد المبكر للامتحان دراسةً ومراجعة. مراجعة اللحظة الأخيرة تسبب الكثير من التشوش والمعاناة فى الاستيعاب.
- تكوين اتجاه إيجابى نحو الامتحانات، باعتبار أن الامتحانات ليست دائمًا سلبية النتائج، إنها شىء عادى يظهر كثيرًا من الطاقات الكامنة عند التلاميذ.
- اختزال التوتر والثقة بالنفس والاستفادة من خبراتك فى اختبارات سابقة، والتعرف على طريقة وضع الأسئلة ومواصفات الورقة الامتحانية – والتى لابد وأن تكون معلنة للطلاب من المسئولين عن الامتحانات – مع الاستعداد لإمكانية أن تصاغ الأسئلة بطرق جديدة.

- وضع التلميذ/ الطالب بنفسه أسئلة أثناء مذاكرته والإجابة عنها، ومراجعة صحتها يزيد من الثقة بالنفس ويُبعد القلق من الامتحان.
- مراجعة المادة بانتظام والتعرف على الأساسيات فيها.
- التدرب على فن استرجاع واستدعاء المعلومات والقوانين من الذاكرة، ذلك إذا لم يكن هناك ما يسمح باتباع نظام «امتحان الكتاب المفتوح».
- التدرب علي تنظيم الإجابة عن الأسئلة بعيدًا عن الإجابات السطحية والمشتتة.. وفي الزمن المحدد للامتحان.
- عدم الاستماع إلى الشائعات والمعتقدات الخاطئة عن طريق التصحيح، وما بها من انطباعات عن التشدد أو تحديد نسب نجاح مقصودة مسبقًا.

(٢) التفاعل مع الورقة الامتحانية:

- تجنب الذعر: لا شيء يسبب الذعر للممتحن أكثر من وصوله متأخرًا، إحضِر معك كل أدواتك المناسبة

للمادة: «حساب، جبر، هندسة، إحصاء...» آلة حاسبة، حاسبة بيانية، أدوات هندسية.

- اقرأ تعليمات الامتحان بعناية. تأكد من الزمن المحدد. ضع توزيعا مناسبا متوازنا للإجابة عن كل سؤال... تأكد من وجود أسئلة اختيارية... وضَعْ فى اعتبارك وقتًا لمراجعة الإجابة.

- تخيّر الأسئلة التى تبدأ الإجابة عنها أولاً... رَتِّب ذلك بحسب إتقانك لمادة السؤال... فكر جيدًا فى المطلوب فى السؤال قبل أن تجيب عنه. هناك أسئلة مباشرة وأخرى غير مباشرة. احترس من التبسيط أو التسطيح المفرط فى الإجابة، ومن الإطناب أو التفصيل المفرط الذى قد يشتت المصحح.

- إعطِ لذهنك فرصة لتفكر بحرية فى السؤال قبل الإجابة عنه. اكتب النقاط الأساسية. ضع مخططا – ولو ذهنيا – للإجابة، كن واضحًا فى أفكارك وفى تقديم الأدلة على الخطوات التى تقوم بها عند حل معادلة أو برهان نظرية... إذا ما كان ذلك مطلوبًا .

لا تضيع وقتك فى أشياء هامشية مثل رسم الشكل أكثر من مرة أو إعادة كتابة السؤال.

- أجِب وفى ذهنك أنك ستحصل على أعلى الدرجات. يتطلب ذلك فهم السؤال ووعى تام بالمطلوب. لتكن خطوات إجاباتك واضحة وبخط مقروء وكتابة منظمة، تريح – إن لم تكن تبهج – المصحح.

الآن عزيزى الطالب عرفت أن الرياضيات يمكن تعلمها بل والتفوق فيها، وأنه يمكنك أن تحافظ على استمرارية تعلمك وتفوقك، الذى هو عنوان ومحور إنسانيتك، فالإنسان مخلوق تعلم يمتلك إمكانات التفوق والإبداع... ليس فقط فى الرياضيات، بل فى كل ما يرغب فى تعلمه بعيدًا عن القلق والخوف...

والآن... هيا نستمتع بالرياضيات...

الرياضيات ممتعة... وجاذبة

نعرض فيما يلى **نماذج لأنشطة** رياضية ممتعة، تجذب إلى تعلم الرياضيات دون قلق أو خوف:

(١) رقمك «الرياضى» ماذا يقول عنك؟

قبل استخدام الرموز العربية الحالية وانتشارها من خلال كتاب الخوارزمى، كان العرب يستخدمون الحروف الأبجدية لتدل على الأعداد بحسب الترتيب التالى:

أ ب ج د

هـ و ز

ح ط ى

ك ل م ن

س ع ف ص

ق ر ش ت

ث خ ذ

ض ظ غ

وكان الترقيم كالآتى (مع ملاحظة أنه لم يكن هناك ترميز للصفر لأنه لم يكن قد ابتكر بعد ولا جرى الاعتراف به كعدد):

أ ١	ب ٢	ج ٣	د ٤	هـ ٥	و ٦	ز ٧	ح ٨	ط ٩
ى ١٠	ك ٢٠	ل ٣٠	م ٤٠	ن ٥٠	س ٦٠	ع ٧٠	ف ٨٠	ص ٩٠
ق ١٠٠	ر ٢٠٠	ش ٣٠٠	ت ٤٠٠	ث ٥٠٠	خ ٦٠٠	ذ ٧٠٠	ض ٨٠٠	ظ ٩٠٠
غ ١٠٠٠								

للحصول على رقمك الرياضى:

- اكتب اسمك بحروف منفردة.
- أوجد العدد (من جدول الترقيم أعلاه) الذى يدل عليه كل حرف.
- أجمع الأعداد الدالة على حروف اسمك.
- إذا كان المجموع عددًا مكونًا من رقمين أو أكثر، أجمع الأرقام حتى تصل إلى رقم واحد.
- العدد الناتج سيكون أحد الأرقام من (١) إلى (٩)، وهذا هو رقمك الرياضى.
- حظك هو ما تقوله العبارة أمام رقمك الرياضى... فى الجدول التالى:

رقمك	ماذا يقول عنك
١	تتميز بالثقة بالنفس، تسهل عليك إقامة علاقات ودية، ترغب دائمًا أن تكون منهمكا بالعمل.
٢	أنت هادئ وخجول، يسهل عليك العمل مع الآخرين.
٣	أنت لديك نزعة فنية، تحب الجمال، اجتماعى تحب الحياة، كما تحب امتلاك الكثير.
٤	أنت ذكى، نشيط، تحب المغامرة، ولكنك تفقد أعصابك بسهولة.
٥	أنت نشيط، مستقل فى رأيك، ومن الصعب أن تغير أفكارك بسهولة، أصدقاؤك يثقون بك كثيرًا.
٦	أنت عادل فى تعاملاتك وغير أنانى، تهتم بمشاعر الآخرين، تحب أن تبقى الأشياء مرتبة ونظيفة.
٧	أنت تحب أن تكون مستقلا ومتميزًا، لا ترغب أن تفعل ما يفعله الآخرون، تعتز برأيك الشخصى.
٨	أنت تحب التخطيط لما تريد أن تقوم به وأن تتأكد من صحة ما تقوم به، فى كثير من الأحيان تراجع نفسك.
٩	أنت تحب الناس، تؤمن بالحرية، شفوق، تعطى أكثر مما تأخذ.. عليك أن تبذل مجهودًا أكبر للتفوق فى الرياضيات...

(٢) منزل العم «عشم الله»

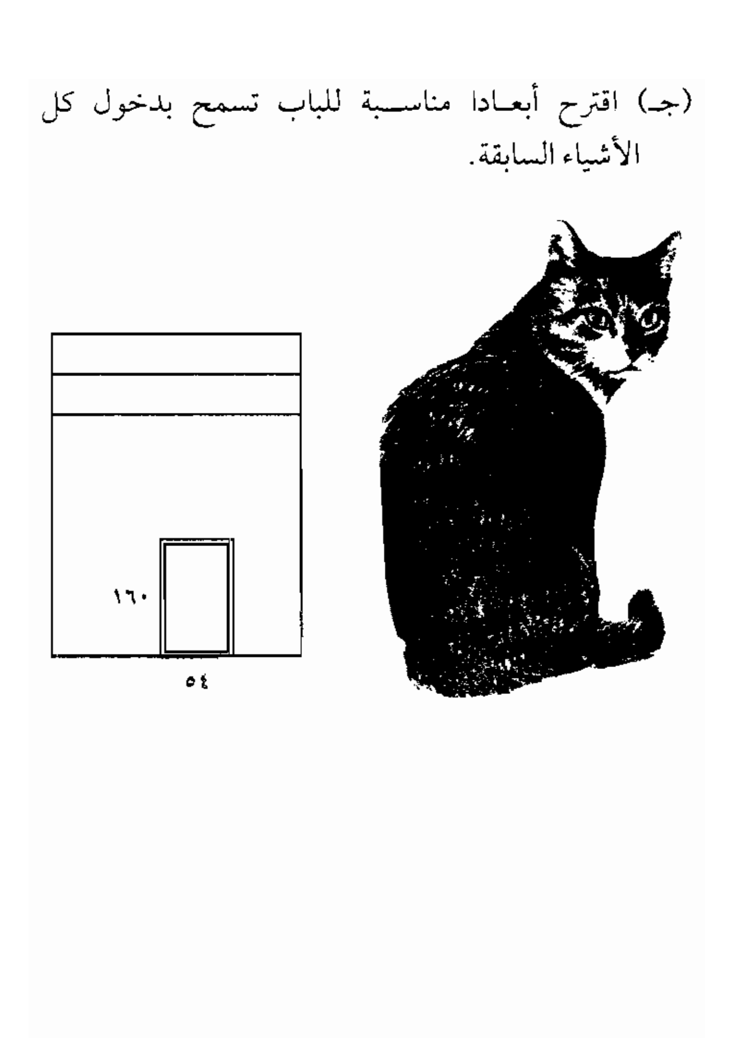
يعيش المعلم «عشم الله» فى قرية «الشامية» بمحافظة أسيوط، بنَى منزلاً وكانت أبعاد فتحة الباب كالآتى: (١٦٠ سم) الارتفاع، (٦٤ سم) العرض.

(أ) أى من الآتى يمكن دخوله أو إدخاله من هذا الباب؟

- حمار عليه حمولة عرضها (٨٠سم) وطوله (١٣٥ سم) وارتفاعه (٥٥ سم).
- خزينة (على شكل متوازى مستطيلات) طولها (٦٦ سم) وعرضها (٦٠ سم) وارتفاعها (٤٨ سم).
- «كنبة» طولها (١٢٠ سم) وعرضها (٧٤ سم) وارتفاعها (٥٨ سم).
- زوجته «سميكة» طولها (١٢٠ سم) ومعها طفل طوله (٨٠ سم) ووزنها (٨٥ كيلو جرامًا).

(ب) وضح بشكل تقريبى الوضع الذى يمكن به دخول أو إدخال الأشياء التى يمكن إدخالها.

(جـ) اقترح أبعادا مناسبة للباب تسمح بدخول كل الأشياء السابقة.



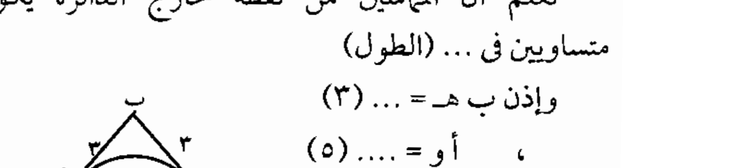
(٣) دعنا نفكر معًا فى طريقة الحل:

س ١: أ ب جـ مثلث، م دائرة محصورة داخله بحيث تمس $\overline{\text{أ ب}}$ فى نقطة د حيث أد = ٥ سم، د ب = ٣ سم.

أوجد ب جـ إذا كان قياس الزاوية أ = ٦٠°

الحل:

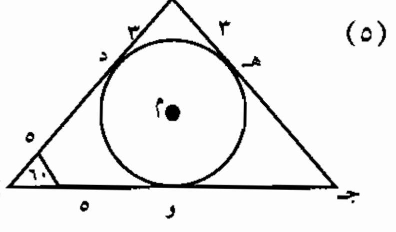
نرسم أولاً تمثيلاً لهذه المسألة ولتكن نقاط تماس الدائرة مع أضلاع المثلث هى: د، هـ، و .



نعلم أن المماسين من نقطة خارج الدائرة يكونان متساويين فى ... (الطول)

وإذن ب هـ = ... (٣)

، أ و = ... (٥)



نحن نبحث عن طول $\overline{\text{ب جـ}}$

كيف سنحصل عليه؟



- هل هناك علاقة بين أطوال أضلاع المثلث؟

نعم: يمكن إيجاد طول ضلع بمعلومية الضلعين الآخرين، والزاوية المحصورة بينهما.

نعم: نعم! تستخدم قانون جيب التمام... هيا بنا نضع القانون:

(ب جـ)^{2} = (أ ب)^{2} + (أ جـ)^{2} − ٢ (أ ب) (أ جـ) جتا ٦٠ (١)

ماذا لو افترضنا أن جـ هـ = س ، ماذا عن جـ و؟

نعلم أن جـ هـ = جـ و (لأنهما مماسان من نقطة خارج الدائرة...)

وإذن جـ و = س أيضًا

هيا نستخدم قانون جيب التمام (١)

(س+٣)^{2} = (٨)^{2} + (س+٥)^{2} − ٢×٨ × (٥ + س) جتا ٦٠

فُك الأقواس... وحل المعادلة لإيجاد قيمة س

نعم! نعم! الحل هو س = ١٠

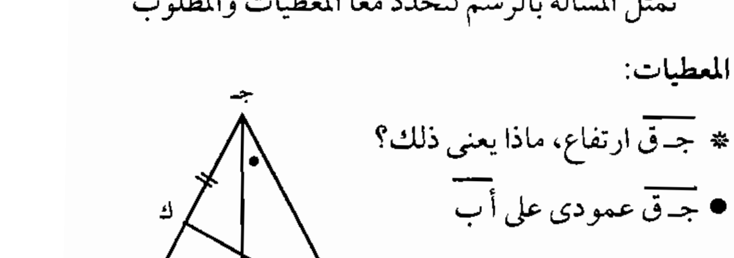
وإذن : ب جـ = ٣ + ١٠ = ١٣ سم   **وهو المطلوب**

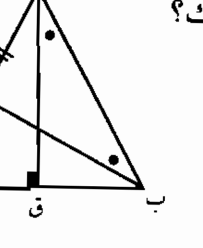
س ٢: أ ب جـ مثلث حاد الزوايا، فإذا كان جـ ق ارتفاع فى المثلث وكان ب ك «مستقيما» متوسطا به وكان جـ ق = ب ك وكان قياس زاوية ك ب جـ = قياس زاوية ق جـ ب. أثبت أن Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

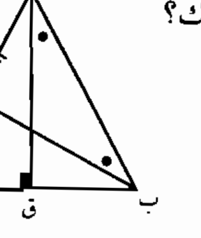
الحل:

نمثل المسألة بالرسم لنحدد معًا المعطيات والمطلوب

المعطيات:







* جـ ق ارتفاع، ماذا يعنى ذلك؟

● جـ ق عمودى على أ ب



* $\overline{\text{ب ك}}$ «مستقيم» متوسط، ماذا يعنى ذلك؟

- جـ ك = أ ك
- جـ ق = ب ك، معطى صراحة
- قياس الزاوية ك ب جـ = قياس الزاوية ق جـ ب، معطى صراحة

المطلوب:

إثبات أن Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

وماذا يعنى ذلك لنا؟

هذا يعنى إثبات أن أطوال أضلاعه متساوية

أى إثبات أن أ ب = ب جـ = جـ أ

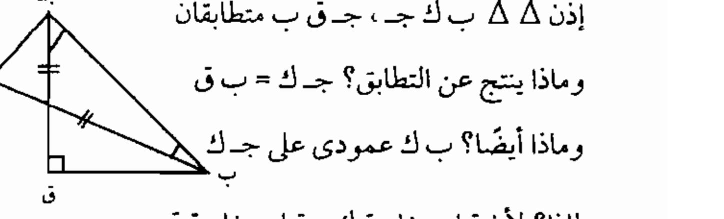
دعنا نثبت تساوى ضلعين فى كل مرة.

وكيف نثبت تساوى ضلعين... آه، دعنا نجرب تطابق مثلثين.. سن الواضح أن المثلثين ب ك جـ ، جـ ق ب مرشحان لأن يكونا متطابقين.

نعم! نعم!: واضح أن الضلع جـ ب مشترك ومعلوم لنا أن ب ك = جـ ق

هذا حسن: هذان ضلعان وماذا عن زاوية محصورة بينهما؟

نعم: قياس الزاوية ك ب جـ = قياس الزاوية ق جـ ب وهما محصورتان...



إذن Δ Δ ب ك جـ ، جـ ق ب متطابقان

وماذا ينتج عن التطابق؟ جـ ك = ب ق

وماذا أيضًا؟ ب ك عمودى على جـ ك

لماذا؟ لأن قياس زاوية ك = قياس زاوية ق

من التطابق ب ك عمودى على أ جـ وينصفه

آه... ذلك يعنى أن Δ أ ب جـ متساوى الساقين

حيث ب أ = ب جـ (١)

الآن علينا أن نبحث عن وضع $\overline{\text{أ جـ}}$

من تطابق المثلثين ب ك جـ ، جـ ق ب ينتج أن

قياس ∢ق ب جـ = قياس ∢ك جـ ب... وهذا يعنى أن

أ ب = أ جـ (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن أ ب = ب جـ = أ جـ

أى أن المثلث أ ب جـ متساوى الأضلاع

رائع!!.. وهذا هو المطلوب إثباته

وعليك الآن عزيزى الطالب... أن تثبت التمرين بنفسك ودون أن تنظر لهذا الحوار

س ٣: عندما تكتب الأعداد من (١) إلى (١٠٠) كم مرة تستخدم رمز العدد (٠)، كم مرة تستخدم رمز العدد (١)، رمز العدد (٢)... وهكذا؟

الحـــل

ضع خريطة ذهنية للأعداد من (١) إلى (١٠٠)

مــا رأيـك... رتب الأعــداد عشرة بعـد عشــرة فى صفوف كما بالشكل

هيا نفكر:

١	٢	٣		١٠
١١	١٢	١٣		٢٠
⋮				⋮
٨١				٩٠
٩١	٩٢			١٠٠

الأصفار فى العمود الأيسر

لدينا عشرة صفوف

ولكن الصف الأخير به صفران

(فى العدد ١٠٠)

وإذن يوجد (١١) رمزًا للصفر

- فكر بنفس الطريقة لرمز العدد (١)

ها! ها! رمز العدد (١) موجود كرقم آحاد... وأيضًا كرقم عشرات

وإذن عدد المرات للرمز (١) = ١٠ (فى الآحاد) + ٩ (فى خانة العشرات) + ١ (فى العدد عشرة) + ١ (فى العدد مائة) = ٢١ مرة

الآن: أبحث الرموز الباقية...

- سؤال بسيط ولكنه ممتع... أليس كذلك؟
- هل يمكنك أن تمثل أعداد «الرموز» المختلفة المستخدمة بيانيًّا؟

- تريد أن أمثل تكرار الرموز (٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩) بأعمدة؟
- شكرًا، شكرًا.... أعِدُك ذلك.

س ٤: كم قطرا فى مضلع (مغلق) عدد أضلاعه (ن)؟

الحـل

دعنا نفكـر معًا: ما معنى قطر فى مضلع؟... إنه قطعة مستقيمة تربط بين نقطتين غير متتاليتين.

المثلـث: ليس به أقطار (٠)

الرباعـى: قطران (٢)

الخماسـى: خمسة أقطار (٥)

السداسى: تسعة أقطار (٩)

استمر...

- تلاحظ أن كل رأس يخرج منها أقطار عددها ينقص (٣) عن عدد أضلاع المضلع: مثلا: كل رأس فى السداسى

يخرج منه ٣ أقطار (٦-٣)، وكل رأس فى الخماسى يخرج منها قطران أى (٥-٣). ويكون عدد الأقطار فى المضلع الخماسى $\frac{(٥-٣)}{٢}$= ٥ (لاحظ أن كل قطر يتكرر مرتين)

وهكذا السباعى سيخرج من كل رأس فيه (٧-٣) أى ٤ أقطار

ويكون عدد أقطار السباعى = (٧ × ٤) ÷ ٢

لأن كل رأس مكرر مرتين وإذن عدد أقطار المضلع السباعى = $\frac{٧ \times ٤}{٢}$ = ١٤ قطرًا

وهكذا...

إذن، عدد أقطار المضلع الذى عدد أضلاعه (ن) = $\frac{ن (ن - ٢)}{٢}$ قطرا

هل عرفت لماذا عدد الأقطار فى المثلث يساوى صفرًا

(لأن جميع رؤوس المثلث متتالية!!)

وإذا اعتبرت الدائرة مضلعا له عدد لا نهائى من الرؤوس فما عدد أقطار الدائرة... إنه لا نهائى أيضًا

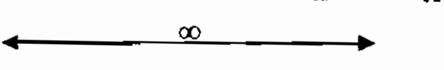
هل تعرف كيف تكتب رمز اللانهاية؟

إنه يشبه رمز الثمانية (8) النائمة ويكتب هكذا ∞

لعلهـا رمـز يبحـث عن الاسترخاء بعد العد ١ ، ٢، ....
إلي ما لا نهاية أى الذى لا ينتهى.

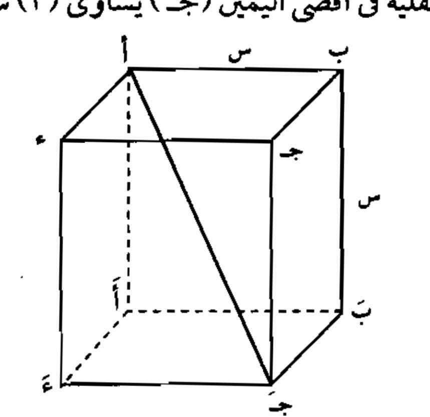
أو

لعلها كائن يسير على خط الأعداد يبحث عن نهاية يستريح فيها... فلا يجد



س ٥ : استشر صديقًا

أوجد حجم المكعب، الذى طول القطعة المستقيمة التى تصل بين رأس الزاوية العلوية (أ) فى أقصى اليسار، رأس الزاوية السفلية فى أقصى اليمين (جـَ) يساوى (٣) سم.



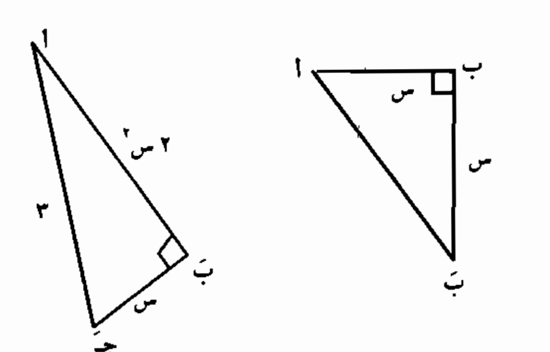
الصديق: دعنا نضع أ جـَ في مثلث.

أنتَ (المتعلم): أشعر بأنني لو وصلت أبَ سأحصل على مثلث مناسب.

الصديق: حسنًا.

أنتَ: هل المثلث أ بَ جـَ قائم الزاوية؟

الصديق: نعم، هذا يمكن استنتاجه من الهندسة «الفراغية»، وعليك أن تسأل معلم الرياضيات ليشرح لك خواص المستويات المتعامدة.



أنتَ: سأقبل أن المثلث أ بَ جـَ قائم الزاوية (لحين سؤال معلم الرياضيات) دعنى أرسمه بشكل تقريبى.

الصديق: حاول أن ترسم أيضًا كيف تحصل على أ بَ.

أنت: دعنا نفترض أن طول ضلع المكعب يساوى (س)

إذن (من فيثاغورس): $(أ بَ)^{٢} = ٢ س^{٢}$

الصديق: حسنًا، انتقل إلى المثلث أ بَ جـَ.

أنتَ : $(أ بَ)^{٢} + (بَ جـَ)^{٢} = (أ جـ)^{٢}$ وبالتعويض

$٢س^{٢} + س^{٢} = ٩$

$٣ س^{٢} = ٩$ إذن $س^{٢} = ٣$ ، $س = \sqrt{٣}$

ولا يوجد بالسالب

نعم! نعم: إذن حجم المكعب = $\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٣ \sqrt{٣}$ سم^{٣}

الصديق: براڤـو... براڤـو!!! لقد وصلت إلى الحل الصحيح

(٤) اكتشف المغالطة فى كل من الحالات التالية:

مغالطة (أ) $س^{٢} - س^{٢} = س^{٢} - س^{٢}$



بالتحليل س (س – س) = (س + س) (س – س)

بالقسمة على (س – س) ينتج أن س = ٢ س

بالقسمة على س ينتج أن ١ = ٢

[المغالطة: لا يصح القسمة على الصفر مهما تكون صورته وهى هنا (س – س)]

مغالطة (ب) لتكن ص = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$

بوضع س = ٢ فإن ص = $\frac{صفر}{صفر}$

ولكن بالتحليل نجد أن ص = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$

= $\frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)}$

وباختزال الكسر نجد أن ص = س + ٢

وبوضع س = صفر نجد أن ص = ٢

وفى حالة ص = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$

وبنفس الطريقة نجد أن ص = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ، وأيضًا ص = ٣

[لا يعنى ذلك أن ٢ = ٣ ولكن يعني أن $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ عدد غير معين، يمكن أن يأخذ قيما مختلفة بحسب الموقف الرياضى.

وعندما تدرس النهايات سوف تجد أن

نها $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} - ٢}$ (عندما س تقترب من ٢) تساوى ٢

وأن نها $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣}$ عندما س تقترب من ٣) تساوى ٣
ذلك أنه عند الاختزال يشترط أن س ≠ ٢ ، س ≠ ٣]

مغالطة (جـ) دخل ثلاثة أصدقاء محل فول وفلافل بعد تناول الطعام، دفع كل منهم عشرة جنيهات؛ أى إنهم دفعوا (٣٠) جنيها. أعاد صاحب المحل لهم خمسة جنيهات معا. أعطوا العامل جنيهين بقشيشا، وأخذ كل واحد منهم جنيها. جلس أحدهم ففكر كالآتى:

كل واحد دفع عشرة جنيهات واستعاد جنيها واحدا

أى أن كل واحد من الثلاثة دفع ٩ جنيهات

وإذن جملة ما دفعوه هو ٣ × ٩ = ٢٧ جنيها

البقشيش = ٢ جنيه

أى أن المجموع = ٢٧ + ٢ = ٢٩ جنيها

ولكن ما دفعوه فى البداية كان (٣٠ جنيها)

وتساءل بينه وبين نفسه:

أين ذهب الجنيه؟

[لا توجد مغالطة هنا، ولكن الصديق قام بعملية حسابية لا علاقة لها بالثلاثين جنيها...] ما حدث فعلاً الآتى:

- دفعوا (٢٧) جنيها وأخذ كل منهم جنيها، وهذا جملته (٣٠ جنيها).
- جملة ما دفعوه ٢٧ جنيها، وهذا يساوى

ثمن الأكل + البقشيش، حيث :

٢٧ = ٢٥ + ٢

- ثمن الأكل+ ما استعادوه + البقشيش= ٢٥+ ٣+ ٢ = ٣٠

- ويعنى كل ما سبق أنه لا مبرر لجمع ما دفعوه مع البقشيش ومقارنته بالمبلغ الأصلى.
- ترى هل أكْل الفول والفلافل يتسبب فى مثل هذا التفكير؟

مغالطة (د) طلب الأستاذ إيجاد مشتقة الدالة ص = س٢

قام سمير بإيجاد المشتقة كالآتى بحسب ما تعلمه فى دروس التفاضل:

صَ = ٢ س

ولكن سَمَر أوجدت المشتقة كالآتى:

ص = س٢

= س × س

= س من المرات للمتغير س

= (س + س + س + ...) س من المرات

وإذن صَ = (١ + ١ + ١ + ١ + ...) س من المرات

= س

وعليه، فإن س = ٢ س

ومنها ١ = ٢ ؟؟

فهل هذا معقول: صَ = ٢ س وأيضًا صَ = س ؟

وأن ١ = ٢ ؟

- المغالطة تكمن فى أن:

سمير أجرى عملية التفاضل، باعتبار أن ص = س٢ دالة متصلة، بينما سَمَر اعتبرت ص = س٢ دالة غير متصلة

بمعنى ص = (س + س + ...) س من المرات

لذلك: ينبغى تحديد الخواص التحليلية للدلالة المطلوب إيجاد تفاضلها أو مشتقاتها، ولا يكتفى بقاعدتها.

(٥) دومينو ومربعات ذكية (سحرية)

المربع الذكى (السحرى) هو المربع الذى يتكون من شبكة مربعات صغيرة يكون بكل منها عدد، ومنظمة بحيث يكون مجموع كل صف = مجموع كل عمود = مجموع كل من القطرين، وسوف نطلق على هذا المجموع مصطلح المجموع السحرى، فمثلاً المربع التالى هو مربع ذكى (تُساعى) أى أن المجموع السحرى فيه يساوى ٩ فى كل الحالات.

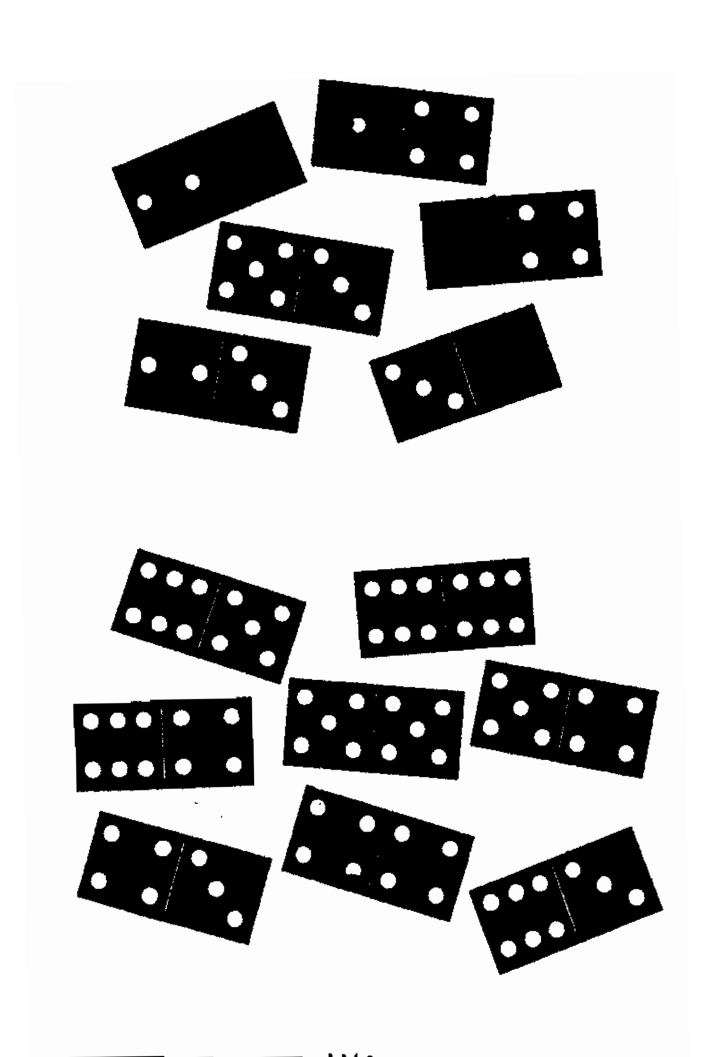
٢	٥	٢
٣	٣	٣
٤	١	٤

المطلوب:

- استخدام (٦) قطع دومينو تكوّن بها مربعًا ذكيًّا بحيث يكون المجموع السحرى يساوى (٩). الأجزاء البيضاء فى قطع الدومينو توضع فى عمود واحد ولا تعتبر خلايا فى المربع

	٢	٥	٢
	٣	٣	٣
	٤	١	٤

- استخدام (٨) قطع دومينو لتكوين مربع ذكي (٤ × ٤) يكون مجموعة الحل السحرى ١٩ (يمكنك الاستعانة بشبكة المربعات المبينة).



٣	٦	٤	٦
٦	٥	٥	٣
٦	٤	٥	٤
٤	٤	٥	٦

• أكمل المربعات التالية بأعداد مناسبة لتصبح مربعات ذكية.

١٠	٨	٦

مربع الـ(٢٤)

٩		
	٧	
		٥

مربع الـ(٢١)

	٢	٩
	٦	

	١٥	

(٦) مسألة تُحَل بأكثر من طريقة:

ثلاث حدائق عامة:

(أ) ويلعب بها (٤٠) تلميذا، ومساحتها (٥٠٠) مترًا مربعًا.

(ب) ويلعب بها (٣٠) تلميذا، ومساحتها (٥٠٠) مترًا مربعًا.

(جـ) ويلعب بها (٣٠) تلميذا، ومساحتها (٣٠٠) مترًا مربعًا.

أيٍ من هذه الحدائق تعتبر مزدحمة؟

أربعة طرق للحل:

(أ) أكثر ازدحاما من (ب)

لأن لها نفس المساحة، ولكن أعداد (أ) أكبر من أعداد (ب)

(جـ) أكثر ازدحامًا من ب

لأن: نفس الأعداد ولكن مساحة (جـ) أصغر من مساحة (ب)

ماذا عن أ، جـ؟

حل (١):

(جـ) أكثر ازدحامًا من (أ)

لأن: فى كل (١٠٠) متر مربع من (جـ) يلعب ٣٠ ÷ ٣ = (١٠) تلاميذ، بينما فى كل (١٠٠) متر مربع من (أ) يلعب ٤٠ ÷ ٥ = (٨) تلاميذ.

حل (٢):

(جـ) أكثر ازدحامًا من (أ)

لأن: فى كل (١٥٠٠) متر مربع من (جـ) يمكن أن يلعب (١٥٠) تلميذًا، بينما فى كل (١٥٠٠) متر مربع من (أ) يمكن أن يلعب (١٢٠) تلميذًا.

حل (٣):

(جـ) أكثر ازدحاما من (أ)

لأن: كل (١٠) تلاميذ يحتاجون إلى (١٠٠) م٢ فى (جـ)،

بينما: كل (١٠) تلاميذ يحتاجون إلى (١٢٥) م٢ فى (أ)

حل (٤):

(جـ) أكثر ازدحامًا من (أ)

لأن: التلميذ الواحد يحتاج إلى (١٠) م٢ فى (جـ)،

بينما التلميذ الواحد يحتاج إلى (١٢,٥) م٢ فى (أ)

وإذن ترتيب الحدائق بحسب الأكثر ازدحاما: جـ> ب > أ

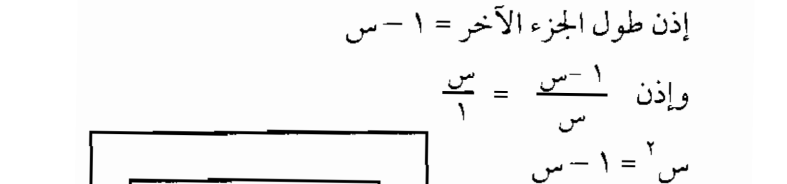
(حيث > يعنى هنا أكثر ازدحامًا)

(٧) النسبة الذهبية

ارسم قطعة مستقيمة طولها «الوحدة». قسِّم طول هذه القطعة إلى جزءين بحيث تكون النسبة بين طول الجزء الأقصر وبين الطول الأكبر مساوية للنسبة بين الطول الأكبر وبين الطول الكلى للقطعة المستقيمة الأصلية...

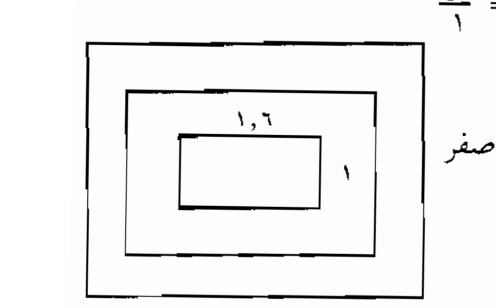
- للحصول على هذه النسبة:

نفرض طول أحد الجزئين = س



إذن طول الجزء الآخر = ١ − س

وإذن $\frac{\text{١ − س}}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{١}}$



س^{٢} = ١ − س

س^{٢} + س − ١ = صفر

ومنها:

س = ٦١٨ر

النسبة (٦١٨ر٠ : ١) تسمى النسبة الذهبية

وقد عرفت هذه النسبة واستخدمت فى تناسبات بعض أبعاد الأهرامات عند بنائها. وقد أطلق الإغريق على هذه النسبة «القطاع الذهبى»، وفى العصور الوسطى كان يطلق عليها «قانون التناسب الإلهى».

تستخدم هذه النسبة فى إطارات الصور والرسومات، وتناسبات المبانى والمعابد.

(٨) أعياد الميلاد (مثال من مسابقة الأولمپياد المصرى)

إحدى المدارس بها (٧٣١) تلميذا. برهن على أنه يوجد على الأقل ثلاثة تلاميذ فى هذه المدرسة لهم نفس تاريخ عيد الميلاد (باعتبار أن العام = ٣٦٥ يومًا)

الحـــل:

- هناك (٣٦٥) يومًا فى العام.

إذن، يمكن أن يكون لكل واحد من (٣٦٥) تلميذا عيد ميلاد مختلف (فرضا)

- بقى لدينا ٣٦٥ تلميذا آخر من الباقين، سوف يكون لكل واحد منهم عيد ميلاد مختلف (فرضا).

وإذن، يكون هناك تلميذان لهما نفس عيد الميلاد فى كل يوم من أيام السنة.

- بقى تلميذ واحد من الـ ٧٣١،

لأن ٧٣١ = ٣٦٥ + ٣٦٥ + ١

أى أن: لابد وأن عيد ميلاد هذا التلميذ «الأخير» يصادف أحد الأيام من الـ(٣٦٥) يومًا.

بذلك: يكون هناك على الأقل (٣) تلاميذ لهم نفس عيد الميلاد.

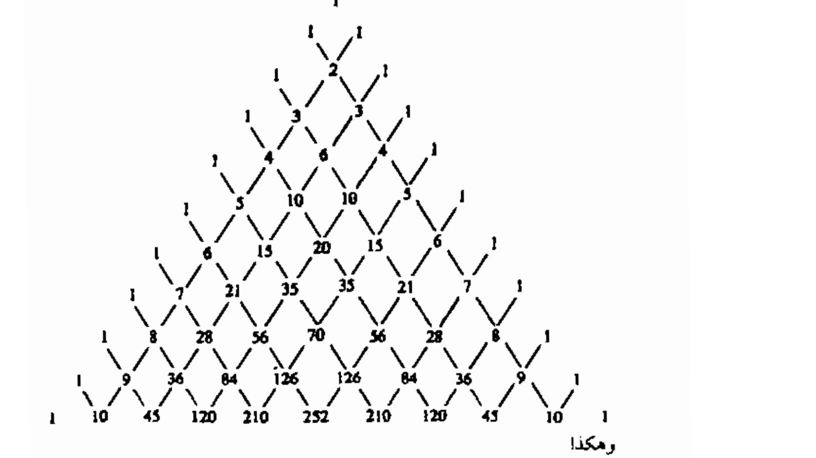
(عيد ميلاد سعيد)

(٩) جمال النمط وتنوع المواقف:

- لاحظ نمط توليد الأعداد فى كل صف فى الشكل المبين.

يسمى التنظيم «مثلث باسكال»

ويقال أن عمر الخيام توصل إلى بعض صفوفه، ولاحظ علاقة كل صنف بالصف السابق له حيث يتكون كل عدد من مجموع عددين أعلاه. فمثلاً فى الصفين الثالث والرابع



- لاحظ نمط قوى العدد (١١)

$(١١)^{٠}$ = ١

$(١١)^{١}$ = ١ ١

$(١١)^{٢}$ = ١ ٢ ١

$(١١)^{٣}$ = ١ ٣ ٣ ١

$(١١)^{٤}$ = ١ ٤ ٦ ٤ ١

وهكذا نفس نمط مثلث باسكال

- لاحظ معاملات مفكوك ذات الحدين $(أ + ب)^{ن}$

حيث ن عدد صحيح غير سالب

المعاملات

				١
			١	١
		١	٢	١
	١	٣	٣	١
١	٤	٦	٤	١

$(أ + ب)^{٠} = ١$

$(أ + ب)^{١} = أ + ب$

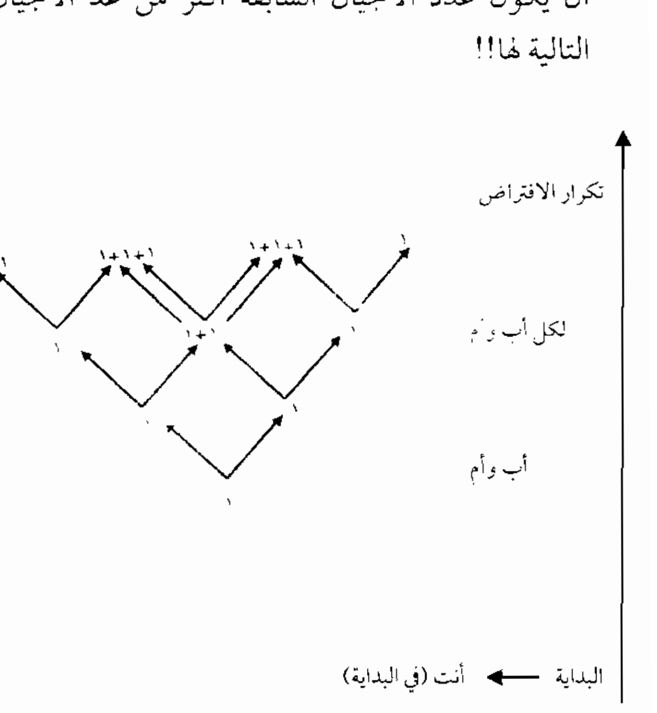
$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$

$(أ + ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}$

$(أ + ب)^{٤} = أ^{٤} + ٤ أ^{٣} ب + ٦ أ^{٢} ب^{٢} + ٤ أ ب^{٣} + ب^{٤}$

وهكذا نفس نمط مثلث باسكال

• والآن لاحظ عدد أجدادك ... (افتراضيا) وفكر فى مفارقة أن يكون عدد الأجيال السابقة أكثر من عد الأجيال التالية لها!!



نافذة (١٠) الطيور تغرد أعدادًا

قديمًا قال الفيلسوف الإغريقى أرسطو إن الإنسان حيوان عاقل لأنه يستطيع أن يَعُدّ... حديثًا، أفاد العالِم الألمانى كِهلر (kohler) أنه قام بعدة تجارب أثبت فيها أن الطيور «تفهم» - أو قل تدرك «العدد». توصل إلى أن بعض أنواع الطيور تميز بين «مجموعات» صغيرة من الأعداد، وأنها تربط بين عدد من البقع أو العلامات على غطاء صندوق، وبين ما بداخل الصندوق من وحدات... أو أن بعض الحشرات تأكل حبات بعدد مساوٍ لعدد علامات قريبة يراها الطير.

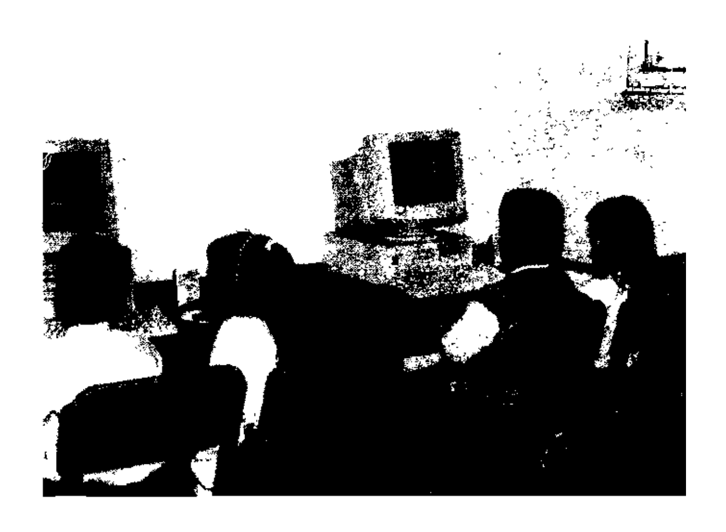
ببغاء صغيرة كانت تقوم بحركات، عددها مساوٍ لعدد من العلامات من ١ إلى ٥، وبعض «غربان الزرع» كانت تلتقط وحدات وتذهب، ثم تعود لاستكمال التقاط ما كان أمامها من وحدات (حتى ٧ وحدات)... بعضها كان يبدو قلقًا ومترددًا ولكنه يعود لاستكمال مهمته... الطيور - كما يقول الباحث - تدرك أعدادًا... إدراكًا داخليًّا بنفس الطريقة، التى يدرك بها الطفل أعدادا (صغيرة بالطبع)، قبل أن يكتسب القدرة على الكلام.. وبعد اكتساب اللغة يمكنه

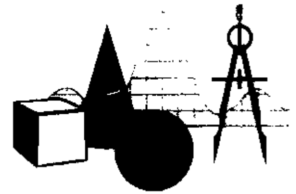
أن يعّد. ولكن الطيور لأنها لا تمتلك لغة ولا كلمات فهى «تدرك» عددًا، ولكنها لا تستطيع أن تعّد. إدراك الطيور فِطرى، ولكن ليست لديها القدرة على التعلم... على الرغم من أنه عن طريق «الإشراط» يمكن أن تستجيب لبعض الأوامر.

تُرى ماذا تَرى أو «كم» ترى «اليمامة»، وهى تغرد صباحًا على الشجرة التى تطل على غرفتك!!

أو تلك التى على حافة شباك غرفتك!! ولعلها تقول «أنا أحب الرياضيات».







نعم

نحن نحب الرياضيات

مراجع

مراجع عربية

(١) إبراهيم يعقوب وعدنان عابد (١٩٩٠): «مقياس قلق الرياضيات للأطفال...»، دراسات الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

(٢) تونى بوزان (الترجمة العربية، ٢٠٠٦): «استخدام خرائط العقل»، مكتبة جرير، القاهرة.

(٣) جون ماكليش (الترجمة العربية، ١٩٩٠): «العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر»، عالم المعرفة، الكويت.

(٤) حسن هاشم وعلاء متولى (٢٠٠٠): «فاعلية نموذج الألعاب التعليمية التنافسية فى علاج صعوبات تعلم الرياضيات واختزال القلق الرياضى المصاحب لها...» كلية التربية، بنها، ج م ع.

(٥) فردريك بل (الترجمة العربية، ١٩٨٩): «طرق تدريس

الرياضيات - جزآن»، الدار العربية للنشر والتوزيع، القاهرة.

(٦) محمد أحمد صوالحة، مريم عسفا (٢٠٠٨): «فعالية استخدام إجراءات التعزيز فى خفض مستوى قلق الاختبار فى الرياضيات»، كلية التربية، جامعة اليرموك، الأردن.

(٧) مصطفى حاتم، بديع توفيق، أسامة زيد، إبراهيم معوض (٢٠٠٩): «أولمبياد الرياضيات المصرى»، المركز القومى للامتحانات والتقويم، القاهرة.

(٨) وليم عبيد وآخرون (١٩٩٤): «الكتاب المرجع فى الرياضيات لمرحلة التعليم الأساسى»، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس.

(٩) وليم عبيد (٢٠٠٩): «قصة الرياضيات»، الدار الأكاديمية، القاهرة.

(١٠) وليم عبيد (٢٠١٠ ط٢): «تعليم وتعلم الرياضيات لجميع الأطفال» الدار الأكاديمية، القاهرة.

(١١) وليم عبيد (١٩٩٧): «إعاقة فى الصغر وعبقرية فى الكبر»، مجلة التقدم العلمى، مؤسسة التقدم العلمى، الكويت.

(١٢) وزارة التربيــة والتعليـم (٢٠٠٧-٢٠٠٠) : «كتــب مدرسية فى الرياضيات...»، وزارة التربية والتعليم، قطاع الكتب، القاهرة.

مراجع أجنبية

(1) Amnesty International (2004): "Human Rights In the Curriculum - Mathematics", Website: ww.amnesty.org.uk.

(2) Day, M. (1994): "Effect of Cognitive Modificational Multimodal Treatments On Test Anexiety...". Dissertation Abstracts International - Doctoral Degrees, Wayne state University and University Of Michigan, Ann Arbor, U.S.A.

(3) Ebeid, William and Ghada Gholam (2004): "Gender Inclusive Scientific and Capacity Building For Enhancing Life skills", Unesco Office, Cairo and Unesco, Paris.

(4) Green, Dan (2010): "Mathematics, A Book Can Count on", Kingfisher, N.Y., U.S.A.

(5) Hashimoto, Yosh. And Becke., J. (N.D.): "The Open Approach To Teaching Matnematics – Creating A Culture Of Mathematics In The Classroom: Japan", S. Iilinois, Carbondale, Il. U.S.A.

(6) Mighton, John (2007): The Myth of Abitity – Nurturing Mathematical Ability In Every Child", House of Anansi, Press, Toronto, Canada.

(7) Richardson, F.C. and Suinn, R.M. (1972): "The Mathematics Anexiety Scale: Psychology

Data", Journal Of Counsling Psyehology, N.Y., U.S.A.

(8) Vergar, William (59, 62): "Mathematics In Everyday Things", The New American Library", N.Y. U.S.A.

(9) West, Thomas (1991): "In The Minds Eye", Prometheus Books, Buffalo, N.Y., U.S.A.